



Plastisk deformationsförmåga och tvärkraftsrespons hos impulsbelastade betongkonstruktioner

MORGAN JOHANSSON, MIKAEL HALLGREN,
ANDERS ANSELL, JOOSEF LEPPÄNEN

INSTITUTIONEN FÖR ARKITEKTUR OCH SAMHÄLLSBYGGNADSTEKNIK
Avdelningen för Konstruktionsteknik
Betongbyggnad

RAPPORT ACE 2021:4

Plastisk deformationsförmåga och tvärkraftsrespons hos impulsbelastade betongkonstruktioner

MORGAN JOHANSSON
MIKAEL HALLGREN
ANDERS ANSELL
JOOSEF LEPPÄNEN

Institutionen för arkitektur och samhällsbyggnadsteknik

Avdelningen för Konstruktionsteknik

Betongbyggnad

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige 2021

Plastisk deformationsförmåga och tvärkraftsrespons hos impulsbelastade betongkonstruktioner

MORGAN JOHANSSON

MIKAEL HALLGREN

ANDERS ANSELL

JOSEF LEPPÄNEN

© MORGAN JOHANSSON, MIKAEL HALLGREN, ANDERS ANSELL, JOSEF LEPPÄNEN, 2021

Institutionen för arkitektur och samhällsbyggnadsteknik

Avdelningen för Konstruktionsteknik

Betongbyggnad

Chalmers tekniska högskola

SE-412 96 Göteborg

Sverige

Telefon: + 46 (0)31-772 1000

Plastisk deformationsförmåga och tvärkraftsrespons hos impulsbelastade betongkonstruktioner

MORGAN JOHANSSON, MIKAEL HALLGREN, ANDERS ANSELL, JOOSEF LEPPÄNEN

Institutionen för arkitektur och samhällsbyggnadsteknik
Avdelningen för Konstruktionsteknik, Betongbyggnad
Chalmers tekniska högskola

Sammanfattning

Fortifikationsverket har en omfattande bakgrund med utformning och vidmakthållande av militära fortifikationsanläggningar och tog för cirka 10 år sedan fram en uppdaterad version av sina dimensioneringsregler, FKR. Dessa anvisningar kan sägas representera det traditionella svenska synsättet för dimensionering av impulsbelastade betongkonstruktioner och skiljer sig från anvisningarna som ges i det regelverk (Eurokod) som i Sverige normalt används för statiskt belastade byggnadsverk. Den last som kan uppstå vid en explosion eller en stöt utgörs ofta av en enskild lastpuls som uppvisar en hög intensitet men kort varaktighet. Denna last skiljer sig mycket mot de statiska laster som normalt beaktas och en sådan last kan också ge upphov till en strukturrepons som väsentligt skiljer sig mot den som fås vid statisk belastning. För att motstå en impulslast är det väsentligt att strukturen kan uppvisa en seg respons med en god plastisk deformationsförmåga – därmed kan den påförda energin absorberas via en stor deformation istället för en hög lastkapacitet. Förutsättningen för detta är att ett sprött brott, t.ex. på grund av tvärkraft, undviks så att ett segt böjbrott kan uppnås.

Ett samarbetsprojekt utfört av Chalmers, Konstruktionsteknik, och KTH, Betongbyggnad, har genomförts med syftet att öka kunskapen om den strukturella responsen hos impulsbelastade betongkonstruktioner. Fokus har legat på plastisk deformationsförmåga och tvärkraft, varvid målet har varit att ta fram underlag som kan ligga till grund för en framtida uppdatering av FKR inom dessa båda områden. Arbetet har genomförts i form av teoretiska studier varvid jämförelser av föreslagna beräkningsmodeller har gjorts med andra teoretiska modeller och/eller försök.

Nyckelord: armerad betong, FKR, impulsbelastning, plastisk deformationsförmåga, tvärkraft

Innehållsförteckning

SAMMANFATTNING	I
INNEHÅLLSFÖRTECKNING	III
FÖRORD	V
1 INTRODUCTION	1
1.1 Bakgrund	1
1.1.1 Orientering	1
1.1.2 Strukturrespons vid impulsbelastning	1
1.2 Syfte och mål	3
1.3 Metod	4
1.4 Frågeställningar	4
1.4.1 Plastisk deformationsförmåga	4
1.4.2 Tvärkraft	4
2 PLASTISK DEFORMATIONSFÖRMÅGA	5
2.1 Samband mellan plastisk deformation och rotation	5
2.2 Regelverk	6
2.2.1 Överblick	6
2.2.2 FKR	7
2.2.3 Eurokod 2	11
2.2.4 MSB	12
2.2.5 UFC	13
2.2.6 Cormie <i>et al.</i>	13
2.3 Bakomliggande teori	14
2.3.1 Kommentar om använda referenser	14
2.3.2 Definition av plastisk led	14
2.3.3 Momentfördelningens betydelse	17
2.3.4 Inverkan av betongens och armeringens arbetskurva	18
2.3.5 Jämförelse av olika fall	22
2.3.6 Brister i synsätt	29
2.3.7 Bakgrund till FKR	34
2.3.8 Bakgrund till Eurokod 2	38
2.4 Fallstudier	45
2.4.1 Metod	45
2.4.2 Plastisk deformationsförmåga	46
2.4.3 Plastisk energiupptagningsförmåga	51
2.4.4 Sammanfattande observationer	57
2.5 Förslag på justering i FKR	57
2.5.1 Orientering	57
2.5.2 Beaktat brottkriterium	58
2.5.3 Tillåten armeringsmängd	58
2.5.4 Tillåten armeringstjocklek	60
2.5.5 Längd hos ekvivalent plastisk led	61
2.5.6 Förhållande mellan momentkvot och spänningskvot	63
2.5.7 Plastisk krökning	66
2.5.8 Fullständiga samband för plastisk deformationsförmåga	66

2.6	Saker som inte beaktats	73
2.6.1	Jämförelse med statiska försök	73
2.6.2	Inverkan av normalkraft	73
2.6.3	Övrigt	73
3	TVÄRKRAFT	75
3.1	Dynamisk skjuvspännvidd och upplagsreaktion	75
3.1.1	Orientering	75
3.1.2	Skjuvspännvidd, allmän härledning	75
3.1.3	Dynamisk skjuvspännvidd för fritt upplagd balk	77
3.1.4	Dynamisk skjuvspännvidd för fast inspänd balk	79
3.1.5	Dynamisk upplagsreaktion	81
3.2	Dimensionering för skjuvbrott	82
3.2.1	Orientering	82
3.2.2	Dimensionering för böjskjuvbrott	82
3.2.3	Dimensionering för livtryckbrott	86
3.3	Jämförelser med försöksresultat	91
3.3.1	Orientering	91
3.3.2	Böjskjuvbrott	91
3.3.3	Livtryckbrott	94
4	SLUTSATSER	95
4.1	Sammanställning	95
4.1.1	Orientering	95
4.1.2	Plastisk deformationsförmåga	95
4.1.3	Tvärkraft	96
4.2	Förslag på fortsatt arbete	96
5	REFERENSER	99
	BILAGA A JÄMFÖRELSEBERÄKNINGAR FÖR BÖJSKJUVBROTT	103
	A.1 Beräkningsgång	103
	A.2 Tabeller	104
	BILAGA B JÄMFÖRELSEBERÄKNINGAR LIVTRYCKBROTT	107

Förord

Detta arbete har utförts som ett gemensamt projekt av deltagare på Chalmers och KTH inom forskningsprojektet Impulsbelastade betongkonstruktioner, finansierat av Fortifikationsverket. Rapporten utgör även Etapp 1 i ett samarbetsprojekt mellan Chalmers, KTH, Fortifikationsverket och Trafikverket. Rolf Dalenius och Johan Magnusson har representerat Fortifikationsverket och deras stöd i detta arbete är djupt uppskattat och har varit en viktig förutsättning för dess lyckosamma genomförande.

Arbetet har utförts under perioden hösten 2017 till hösten 2021 av en arbetsgrupp bestående av följande personer:

- Morgan Johansson, Adjungerad professor, Chalmers/Norconsult
- Mikael Hallgren, Adjungerad professor, KTH/Tyréns
- Anders Ansell, Professor KTH
- Joosef Leppänen, Universitetslektor, Chalmers

1 Introduktion

1.1 Bakgrund

1.1.1 Orientering

Det finns ur både ett militärt- och ett civilt perspektiv ett växande intresse i samhället av den strukturella utformningen hos armerade betongkonstruktioner utsatta för impulsbelastning. Från militärt håll har den internationella hotbilden ändrats på ett sådant sätt att denna typ av frågor har fått ett förnyat fokus och från civilt håll så har intresset kring dessa frågor stadigt ökat under 2000-talet, bland annat med hänsyn till potentiella antagonistiska hot men även för att kunna hantera händelser kopplade till explosioner i en förtätad stadsbebyggelse.

Fortifikationsverket har en omfattande bakgrund med utformning och vidmakthållande av militära fortifikationsanläggningar och tog för cirka 10 år sedan fram en uppdaterad version av sina dimensioneringsregler, FKR 2011, Fortifikationsverket (2011) – hädanefter benämnd som FKR. Dessa anvisningar baseras till stor del på svensk kunskap framtagen under 1970-talet eller tidigare och kan sägas representera det traditionella svenska synsättet för dimensionering av impulsbelastade betongkonstruktioner. På grund av sin bakgrund samt speciella användningsområde skiljer sig anvisningarna i FKR 2011 dock från det regelverk (Eurokod) som i dag används i Sverige för dimensionering av statiskt belastade byggnadsverk. Med tanke på användbarheten skulle det dock vara en fördel om den konceptuella skillnaden mellan dessa regelverk kunde minimeras så mycket som möjligt.

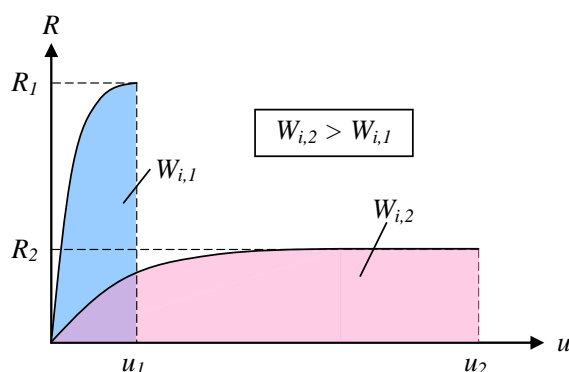
Det finns även skillnader mellan FKR och motsvarande regelverk för impulsbelastade konstruktioner i andra länder. I Johansson och Rempling (2016) gjordes en jämförelse mellan FKR, Eurokod 2 samt amerikanska och brittiska anvisningar avsedda för impulsbelastade betongkonstruktioner. Utgående från detta identifierades likheter och skillnader mellan jämförda regelverk och förslag gavs inom vilka områden som borde prioriteras för justering, samt fortsatt utveckling, av FKR. De två områden som bedömdes vara högst prioriterade var plastisk deformationsförmåga samt tvärkraftrespons. Fortifikationsverket har därefter gått vidare med detta och ålagt Konstruktionsteknik på Chalmers samt Betongbyggnad på KTH att i ett samarbetsprojekt arbeta vidare med dessa frågor och ta fram ett underlag för dessa båda områden, att användas för framtida justering av FKR.

1.1.2 Strukturrespons vid impulsbelastning

Den dynamiska last som kan uppstå vid händelse av en explosion eller en stöt mellan två objekt utgörs ofta av en enskild lastpuls som uppvisar en hög intensitet men kort varaktighet. Denna last – här benämnd impulsbelastning¹ – skiljer sig mycket mot de statiska

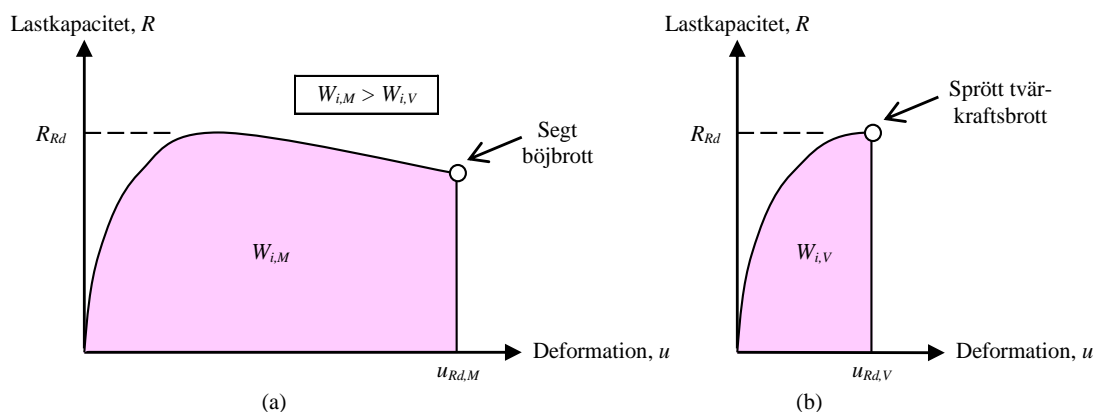
¹ Det kan med fog argumenteras för att begreppet impulsbelastning utgör ett specialfall av en dynamisk last, och att det egentligen avser en last vars varaktighet är kort i förhållande till den belastade strukturens utsvängningstid, något som inte behöver vara fallet vid t.ex. en explosion eller en stöt. I denna rapport används dock ändå begreppet impulsbelastning som ett samlingsnamn för att ange en dynamisk last bestående av en enskild lastpuls som beskrivs med ett last-tidssamband. Här antas en sådan last ha sitt ursprung från en explosion eller stöt mellan två objekt och den har, jämfört med många andra dynamiska laster orsakade av t.ex. vind eller jordbävning, ofta en mycket kort varaktighet.

laster som normalt beaktas vid dimensionering av byggnadsverk och en sådan last kan också ge upphov till en respons hos belastad struktur som väsentligt skiljer sig mot den som fås vid en motsvarande statisk belastning. Egenskaper som normalt är önskvärda hos en statiskt belastad struktur, dvs. hög styvhet och lastkapacitet, är inte nödvändigtvis önskvärda hos en impulsbelastad struktur. Vid impulsbelastning är det istället ofta strukturens energiupptagande förmåga – dvs. kombinationen av styvhet, lastkapacitet samt deformationsförmåga – som är väsentligt. Ofta kan det vara mer optimalt att strukturen uppvisar en låg lastkapacitet men hög deformationsförmåga än att den har hög lastkapacitet men låg deformationsförmåga, se schematisk illustration i Figur 1.1.



Figur 1.1 Schematisk jämförelse av en struktur med en kombination av hög lastkapacitet samt låg deformationsförmåga och en struktur med låg lastkapacitet samt hög deformationsförmåga.

För att uppnå en optimal robust struktur som klarar av att motstå en impulslast är det väsentligt att strukturen kan uppvisa en seg respons med en god plastisk deformationsförmåga. Därigenom möjliggörs att den påförda energin absorberas via en stor deformation istället för en hög lastkapacitet, se Figur 1.2a. Förutsättningen för att uppnå en sådan respons är att ett segt böjbrott begränsar strukturens bärförmåga. Om strukturen istället fallerar på grund av ett sprött brott, t.ex. ett tvärkraftsbrott, kommer det dock inte utvecklas några stora deformationer med bibehållen bärförmåga, se Figur 1.2b. För ett sådant fall förlorar istället strukturen en stor del av sin potentiella energiupptagande förmåga, och därmed också sin möjlighet att motstå en impulslast.



Figur 1.2 Schematisk illustration av energiupptagning i en belastad struktur: (a) Segt böjbrott med en hög energiupptagningsförmåga $W_{i,M}$, (b) Sprött tvärkraftsbrott med en låg energiupptagningsförmåga $W_{i,V}$.

Av Figur 1.2 framgår vikten av att en impulsbelastad struktur kan uppvisa en respons med stor deformationsförmåga. Såväl verkliga händelser som experimentella försök har dock visat att intensiva belastningar från explosioner på nära håll kan orsaka oväntade lokala skjuvbrott i betongkonstruktioner. I exempelvis Hallgren och Balazs, (1999) har det även visats att bärverksdelar som går till sega böjbrott vid statisk belastning istället kan gå till tvärkraftsbrott vid snabba dynamiska belastningar, se Figur 1.3. Detta är således potentiellt ett betydande problem som också behöver hanteras för att säkerställa en robust struktur.



Figur 1.3 Foton av armerade betongbalkar utsatta för (a) statisk belastning (böjbrott) respektive (b) impulsbelastning (tvärkraftsbrott). Balkarna var identiskt utformade men med olika betonghållfasthet. Baserat på Hallgren och Balazs, (1999).

1.2 Syfte och mål

Projektets syfte har varit att öka kunskapen om den strukturella responsen hos impulsbelastade betongkonstruktioner med fokus på plastisk deformationsförmåga samt tvärkraftsrespons. Detta har gjorts via en teoretisk genomgång av olika beräkningsmetoder samt jämförelse dels mellan olika regelverk (plastisk deformationsförmåga), dels med utförda försök (tvärkraft).

Rapportens mål har varit att ta fram information och/eller anvisningar som kan ligga till grund för en framtida uppdatering av beräkningsmetodik i Fortifikationsverkets konstruktionsregler FKR inom områdena plastisk deformationsförmåga och tvärkraft.

1.3 Metod

I projektet har en kombination av litteraturstudier och jämförande beräkningar utförts av de två fokusområdena plastisk deformationsförmåga och tvärkraftsrespons. En sammanställning görs, dels över bakgrunden till nuvarande regelverk i FKR och dels av hur detta kan hanteras enligt litteraturen. Mer detaljerad information om hur arbetet med plastisk deformationsförmåga och tvärkraftsrespons har genomförts ges i kapitel 2 respektive kapitel 3.

1.4 Frågeställningar

1.4.1 Plastisk deformationsförmåga

Det material som presenteras om plastisk deformationskapacitet i den här rapporten är en fortsättning på det arbete som tidigare har utförts och sammanställts i Johansson och Rempling (2016). De frågor som väcktes i detta arbete är av särskilt intresse och nedan listas dessa tillsammans med tillkommande frågeställningar som belyses i denna rapport – dessa behandlas i kapitel 2:

- **Armeringens arbetskurva:** FKR är baserad på material från 1970-talet och den typ av armering som användes då, dvs. företrädesvis armering av typ Ks 40 och Ks 60. Denna armering var segare än den armering som används idag, både vad gällde seghetskvot $\eta_f = f_u / f_y$ och brottöjning ε_{su} .

Vilken inverkan har den idag mindre sega armeringen (armering av klass K500B och K500C) på den plastiska deformationsförmågan hos en konstruktion och hur bör detta hanteras i FKR?

- **Strukturens momentfördelning:** Principiell momentfördelning i en struktur bestäms av aktuell kombination av lastkonfiguration och randvillkor. Det är dock rimligt att förvänta sig att denna även kan inverka på tillåten plastisk deformationsförmåga.

Vilken konceptuell inverkan har momentfördelningen på den plastiska deformationsförmågan hos en struktur? Hur väl hanterar FKR olika typer av randvillkor?

- **Maximal böjarmeringsmängd:** I FKR är böjarmeringsmängden begränsad till 0,5 %, vilket är en låg mängd jämfört vad som tillåts i andra regelverk.

Är det möjligt att i FKR tillåta högre armeringsmängder än 0,5 %?

1.4.2 Tvärkraft

Det material som presenteras om tvärkraft i den här rapporten är delvis en fortsättning på det arbete som tidigare har utförts och sammanställts i Magnusson (2019). Fokus i denna rapport har dock legat på att undersöka möjligheten att anpassa nuvarande beräkningsmetod för tvärkraft i FKR till ett beräkningskoncept som bygger på det som tros komma att användas i en framtida version av Eurokod 2. Detta behandlas i kapitel 3.

2 Plastisk deformationsförmåga

2.1 Samband mellan plastisk deformation och rotation

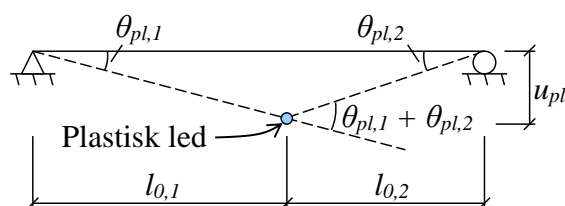
I avsnitt 1.1.2 påtalas vikten att en impulsbelastad struktur har en stor energiupptagningsförmåga – något som i sin tur kopplas till att strukturen kan uppvisa en god plastisk deformationsförmåga. Denna parameter är i sin tur ett sätt att beskriva storleken på de plastiska (ej återgående, dvs. permanenta) deformationer som erhålls i strukturen samtidigt som denna förmår uppvisa en i princip oförändrad lastupptagningsförmåga.

I diskussion om en strukturs energiupptagningsförmåga är det vanligt att begreppet plastisk deformationsförmåga används. Beroende på vilka beräkningsregler som används är det dock möjligt att det i dessa istället ges anvisningar om hur den plastiska rotationskapaciteten kan uppskattas. Båda dessa begrepp är dock starkt besläktade med varandra och syftar egentligen i regel att, på olika sätt, beskriva samma sak.

Den plastiska deformationen u_{pl} kan beskrivas som produkten mellan en plastisk rotation θ_{pl} och en längd l_0 mellan momentnollpunkt och plastisk led, se schematisk illustration i Figur 2.1 där

$$u_{pl} = \theta_{pl,1} \cdot l_{0,1} = \theta_{pl,2} \cdot l_{0,2} \quad (2.1)$$

gäller för det aktuella fallet. I litteraturen finns det även olika definitioner på plastisk rotation – något som berörs mer ingående i avsnitt 2.3.2.



Figur 2.1 Schematisk illustration av förhållandet mellan plastisk deformation u_{pl} och plastisk rotation θ_{pl} .

En plastisk led kan vara ensidig (vid inspänning i stöd) eller dubbelsidig (vid placering i fält), se $\theta_{pl,1}$ eller $\theta_{pl,2}$ respektive $\theta_{pl,1} + \theta_{pl,2}$ i Figur 2.1. Om inget annat anges utgås i denna rapport från att rotationen beskriver en ensidig led, alternativt den ena sidan av en dubbelsidig led.

2.2 Regelverk

2.2.1 Överblick

För plastisk deformationskapacitet hos en armerad betongkonstruktion har i denna rapport gjorts en jämförelse mellan FKR och ett antal utvalda regelverk. De regelverk som har jämförts är:

- **FKR 2011, Fortifikationsverket (2011):** Detta dokument utgör Fortifikationsverkets konstruktionsregler och är en sammanställning av anvisningar hämtade från ett stort antal svenska referenser som behandlar last, material och skydd. De metodiker som beskrivs i detta regelverk kan sägas representera den traditionella svenska synen på hur impulsbelastning och därav utsatta konstruktioner har behandlats i Sverige under modern tid. Referensen anges fortsättningsvis som FKR.
- **Eurokod 2, SIS (2008):** Denna referens anger hur betongkonstruktioner ska dimensioneras för en statisk last och gäller i stora delar av Europa, däribland Sverige. I och med detta finns en fördel om beräkningsmetodik för impulsbelastade konstruktioner, så långt som möjligt, kan kopplas till vad som anges i Eurokod 2. Referensen anges fortsättningsvis som Eurokod 2.
- **MSB, impulsbelastade konstruktioner:** Myndigheten för samhällsskydd och beredskap (MSB) har låtit ta fram beräkningsanvisningar för impulsbelastade konstruktioner, baserade på Eurokod 2, se t.ex. Johansson och Laine (2012) samt Johansson (2015b). För plastisk deformationskapacitet har dock en justering införts (Johansson, 2015a) jämfört med vad som anges i Eurokod 2 och denna har därför också medtagits i här utförd jämförelse.
- **UFC 3-340-02, DOD (2008):** Detta dokument är utgivet av USA:s försvarsdepartement och innehåller en mycket stor mängd information för hantering av explosionslast och impulsbelastade strukturer. Referensen anses här representera det amerikanska synsättet för hur en impulsbelastad konstruktion bör hanteras. Förutom i USA, används detta dokument även i flera andra länder, t.ex. Nederländerna, Norge och Spanien. Referensen benämns fortsättningsvis som UFC.
- **Cormie *et al.* (2012):** Referensen är en handbok för hantering av explosionslast och impulsbelastade strukturer och är sammansatt av fristående kapitel författade av ett drygt 10-tal personer med betydande kompetens inom sina respektive områden. Antalet behandlade områden är fler än vad som tas upp i UFC men med en betydligt mer begränsad omfattning. För hantering av en impulsbelastad struktur utgås från en variant av UFC och referensen anses här representera det brittiska synsättet. Referensen benämns fortsättningsvis som Cormie *et al.*

I denna rapport ges enbart en kort sammanfattande beskrivning av hur plastisk deformationsförmåga beräknas enligt respektive regelverk, för en mer detaljerad beskrivning hänvisas istället till Johansson och Rempling (2016).

2.2.2 FKR

De anvisningar som ges i FKR, för beräkning av den plastiska deformationsförmågan i en struktur baseras på uttryck angivna i Bk 25, Fortifikationsförvaltningen (1973a, b). Bakgrunden till dessa uttryck behandlas utförligt i Johansson och Laine (2012) och återges även i Johansson och Rempling (2016). I den förra härleds nedan använda uttryck för när rotationskapaciteten begränsas av avsliten armering respektive krossning av tryckt betong.

För att bestämma brotttyp utgås från en armerad tvärsnitt enligt Figur 2.2, ur vilken den mekaniska armeringskvoten kan beräknas som

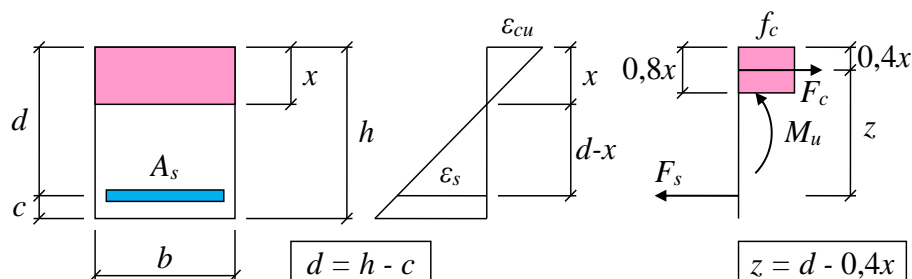
$$\omega_s = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot \frac{f_y}{f_c} \quad (2.2)$$

där ρ är armeringsinnehåll, f_y är armeringens flytspänning och f_c är betongens tryckhållfasthet.

Ett balanserat värde på den mekaniska armeringskvoten kan definieras som

$$\omega_{s,bal} = \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s,ef}} \quad (2.3)$$

där ε_{cu} och $\varepsilon_{s,ef}^2$ är brottöjning i betong respektive armering. En kvot lägre än detta resulterar i avslitning av armeringen och en kvot med högre värden medför krossning av betongen.



Figur 2.2 Tvärsnittsanalys av ett armerat betongtvärsnitt utsatt för ren böjning i brottstadium.

I FKR anges att den plastiska deformationsförmågan för en fritt upplagd balk kan beräknas som

$$u_{Rd,f,FKR} = 0,26 \cdot \varepsilon_{s,ef} \cdot \left(1 + 0,3 \cdot \frac{l}{d}\right) \cdot l \quad (2.4)$$

och för en fast inspänd balk som

$$u_{Rd,s,FKR} = 0,26 \cdot \varepsilon_{s,ef} \cdot \left(1 + \frac{1}{20} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_s + \rho_f} \cdot \frac{l}{d}\right) \cdot l \quad (2.5)$$

där ρ_f och ρ_s är armeringsmängd i fält respektive stöd, beräknad som

² Baserat på Johansson och Rempling (2016) ska $\varepsilon_{s,ef}$ tolkas som den medeltöjning armeringen erhållit över den plastiska ledens längd när armeringen slits av.

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (2.6)$$

Vidare är $\varepsilon_{s,ef}$ armeringens medeltöjning över den plastiska ledens längd, l är strukturens längd och d är effektiv höjd. Dessa samband motsvarar en situation där den plastiska deformationskapaciteten begränsas av avsliten armering – något motsvarande samband med hänsyn till krossad betong ges dock inte i FKR³.

Utgående från Figur 2.1 i avsnitt 2.3.1 fås, med antagande om att plastisk led placeras i balkmitt, att $\theta_{pl} = \theta_{pl,1} = \theta_{pl,2}$ och $l_0 = l_{0,1} = l_{0,2} = l/2$. Samband mellan plastisk deformationskapacitet u_{Rd} och plastisk rotationskapacitet θ_{Rd} kan då skrivas som

$$u_{Rd} = \frac{\theta_{Rd} \cdot l}{2} \quad (2.7)$$

Kombinerat med ekvation (2.4) medför detta att den plastiska rotationskapaciteten i fält kan tecknas som

$$\theta_{Rd,f,FKR} = 0,52 \cdot \varepsilon_{s,ef} \cdot \left(1 + 0,3 \cdot \frac{l}{d}\right) \quad (2.8)$$

och i stöd som

$$\theta_{Rd,s,FKR} = 0,52 \cdot \varepsilon_{s,ef} \cdot \left(1 + \frac{1}{20} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_s + \rho_f} \cdot \frac{l}{d}\right) \quad (2.9)$$

Baserat på Johansson och Laine (2012) kan de ursprungliga uttrycken i Bk 25 dock också ges. Med antagande om att avslitning av armering är avgörande, dvs. $\omega_s < \omega_{s,bal}$, fås då att rotationskapaciteten i fält kan beräknas som

$$\theta_{Rd,f,Bk} = \frac{0,4 \cdot \varepsilon_{s,ef}}{0,8 - \omega_s} \cdot \left(1 + 0,3 \cdot \frac{l}{d}\right) \quad (2.10)$$

och med antagande om att betongkrossning är avgörande, dvs. $\omega_s > \omega_{s,bal}$, kan rotationskapaciteten beräknas som

$$\theta_{Rd,f,Bk} = \frac{0,4 \cdot \varepsilon_{cu}}{\omega_s} \cdot \left(1 + 0,3 \cdot \frac{l}{d}\right) \quad (2.11)$$

För rotationskapacitet i stöd fås på motsvarande sätt att brott i armeringen medför att

$$\theta_{Rd,s,Bk} = \frac{0,4 \cdot \varepsilon_{s,ef}}{0,8 - \omega_s} \cdot \left(1 + \frac{1}{20} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_s + \rho_f} \cdot \frac{l}{d}\right) \quad (2.12)$$

och vid brott i betongen att

$$\theta_{Rd,s,Bk} = \frac{0,4 \cdot \varepsilon_{cu}}{\omega_s} \cdot \left(1 + \frac{1}{20} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_s + \rho_f} \cdot \frac{l}{d}\right) \quad (2.13)$$

³ Som begränsning i FKR anges att $\rho \leq 0,50\%$, vilket i många fall även medför att avsliten armering blir dimensionerande kriterium.

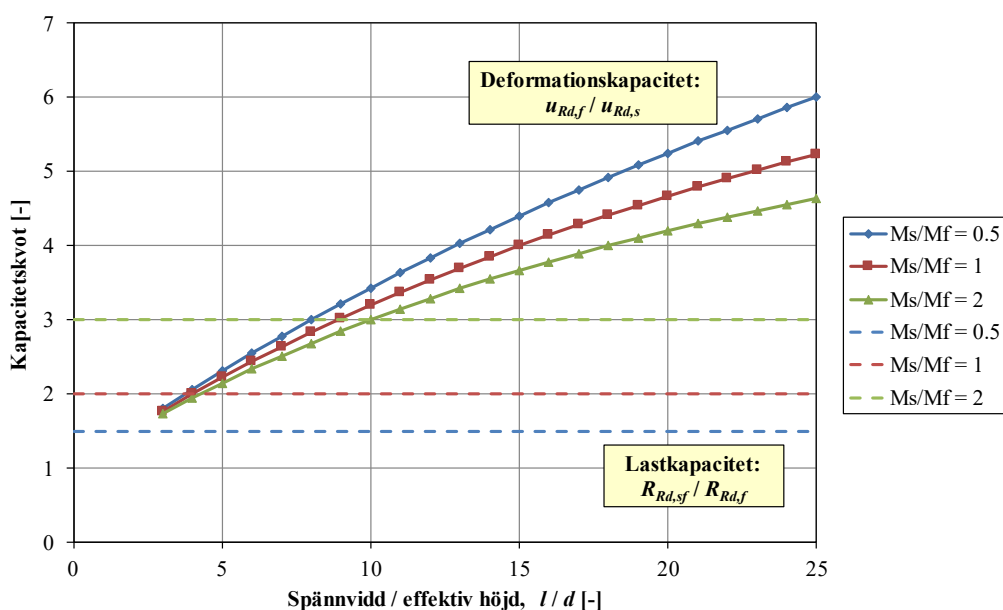
Om inget annat explicit anges kommer fortsatta jämförelser med FKR utgå från de mer utförliga uttrycken från Bk 25 som ges i ekvation (2.10) till (2.13), dvs. i denna rapport likställs FKR fortsättningsvis med de anvisningar som ges i Bk 25.

En jämförelse av uttrycken för rotationskapacitet i fält och i stöd, jämför ekvation (2.10) och (2.11) med ekvation (2.12) respektive (2.13), visar att det är värdet inom parentes som skiljer dessa åt. Av detta framgår att rotationskapaciteten för en plastisk led i fält, vid likvärdiga förutsättningar, alltid är betydligt större än vad den är i stöd. För en fast inspänd balk innebär detta, vid rimliga förhållanden i inspänningsgrad, att de plastiska led i stöd alltid kommer nå sin maximala rotationskapacitet innan kapaciteten för led i fält nås. Det framgår dock inte tydligt i FKR hur en sådan situation ska hanteras.

Om det antas att brott skulle uppstå i strukturen om de plastiska lederna i stöd är uttömda så skulle detta till och med kunna innebära att det, för energiupptagningsförmågan, vore ogynnsamt att strukturen förses med någon grad av fast inspänning i stöd. I Figur 2.3 görs en jämförelse av plastisk deformationskapacitet samt maximal lastkapacitet för en fritt upplagd och en fast inspänd balk vid varierande grad av inspänning, representerad av kvoten $\alpha = M_s / M_f$ mellan stödmoment och fältmoment, och storlekskvot l / d . Av detta framgår att en ökad inspänningsgrad visserligen medför en ökad lastkapacitet $R_{Rd,s}$ men samtidigt fås också en minskad deformationskapacitet. Strukturens energiupptagningsförmåga W_i kan approximativt (elastisk del försummas här) skrivas som

$$W_i = R_{Rd} \cdot u_{Rd} \quad (2.14)$$

Detta innebär att när kvoten för deformationskapacitet i Figur 2.3 överstiger kvoten för lastkapacitet, dvs. $u_{Rd,f} / u_{Rd,s} > R_{Rd,s} / R_{Rd,f}$, så fås en minskad energiupptagningsförmåga vid en fast inspänd balk jämfört med en fritt upplagd balk. För $\alpha = 2$ uppstår detta när $l / d \approx 10$, för $\alpha = 1$ när $l / d \approx 4$ och för $\alpha = 0,5$ gäller detta för samtliga undersökta fall.



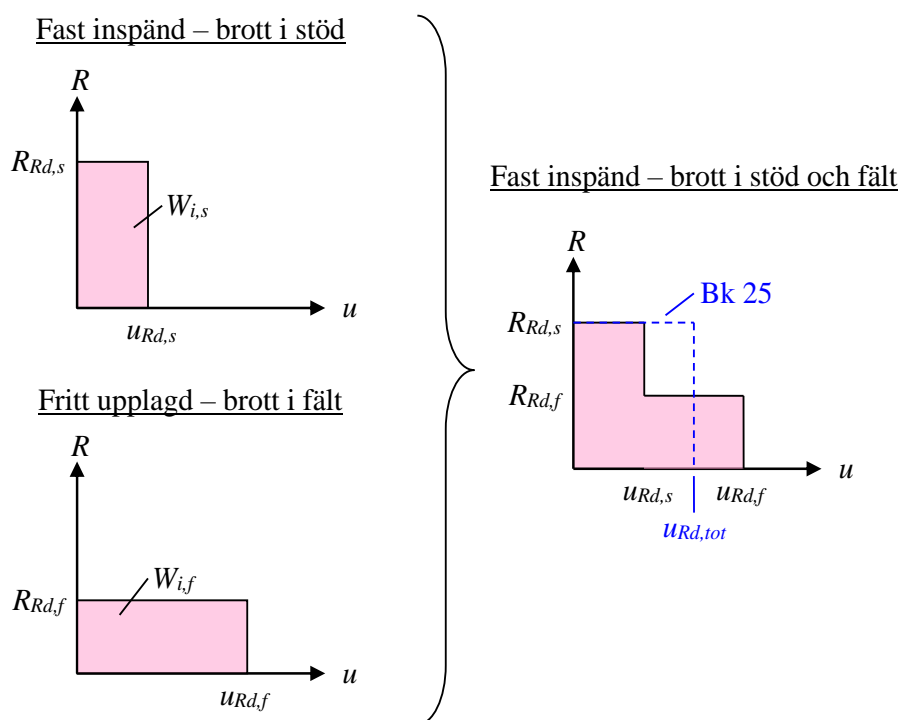
Figur 2.3 Inverkan på plastisk deformations- och lastkapacitet vid varierande grad av inspänning. Jämförelse görs mellan en fritt upplagd balk (index f) och en fast inspänd balk (index s) när det antas att brott uppstår när plastisk rotationskapacitet i den mest utsatta leden nås.

Rimligheten i denna observation kan diskuteras. Ett alternativt, förmodligen mer verklighetsnära koncept, vore att den plastiska leden i stöd tillåts gå till brott men när detta sker övergår balken från att bete sig som en fast inspänd till en fritt upplagd balk. Därmed skulle ett tillskott till energiupptagningsförmågan alltid erhållas om balken är fast inspänd jämfört med fritt upplagd. Innebörden av ett sådant koncept illustreras schematiskt i Figur 2.4, där inverkan av elastisk respons har försummats. Här utgår dels från responsen i en fast inspänd balk, varvid brott antas inträffa när rotationskapaciteten i stöd nås, dels från responsen i en fritt upplagd balk om brott antas inträffa när rotationskapaciteten i fält nås. Den högra delen av figuren visar det samband $R(u)$ som erhålls när de två sambanden till vänster envelopperas och representerar således den totala energi som detta koncept resulterar i.

I Bk 25, Fortifikationsförvaltningen (1973b), ges en öppning för att vid "katastroffall" tillåta fortsatt lastupptagning efter det att stödpartier brutit. En förutsättning för att utnyttja en sådan effekt är dock att upplagsituationen är gynnsam och att viss del av armeringen (tryckarmering vid stöd) är intakt. Om så är fallet kan en sådan katastrofdeformation approximativt tecknas som

$$u_{Rd,tot} = \frac{\rho_s}{\rho_s + \rho_f} \cdot u_{Rd,s} + \frac{\rho_f}{\rho_s + \rho_f} \cdot u_{Rd,f} \quad (2.15)$$

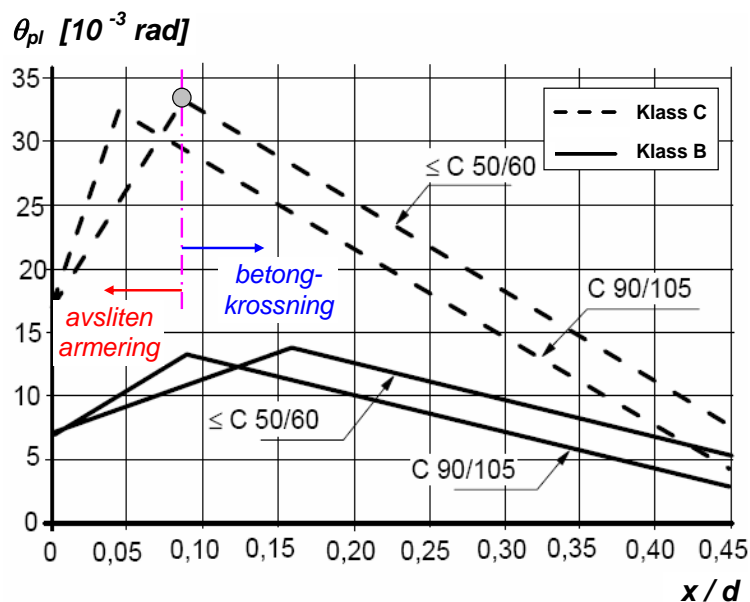
under vilken lastkapacitet $R_{Rd,s}$ antas vara verksamt. Det kan visas att detta tillsammans resulterar i en energiupptagning som motsvarar den energiupptagning som fås enligt det koncept som beskrivs i Figur 2.4. I denna figur har också resulterande responskurva för "katastroffall" enligt Bk 25 ritats in.



Figur 2.4 Schematisk illustration av strukturrespons hos fast inspänd balk där balken tillåts bära last även efter det att brott i stödets plastiska led erhållits. Koncept enligt BK 25:s "katastroffall" illustreras med en streckad blå linje – den plastiska energiupptagningen är densamma.

2.2.3 Eurokod 2

För beräkning av tillåten rotationskapacitet i Eurokod 2, SIS (2008), utgår från ett grafiskt samband enligt Figur 2.5. Där ges samband för armering med varierande seg-
hetsegenskaper samt för olika betonghållfasthet. För att kunna beakta plastisk rotationskapacitet i Eurokod 2 ska armering av klass B eller C, med definition enligt Tabell 2.1, användas. För armering av klass A tillåts inga plastiska omlagringar.



Figur 2.5 Diagram för bestämning av tillåten plastisk rotationskapacitet θ_{pl} för olika typer av betong och armering. Gräns för brottsorsak är markerad. Baserad på Eurokod 2, SIS (2008).

Tabell 2.1 Definition av armeringsklasser enligt Eurokod 2, SIS (2008).

Klass	f_{yk} [MPa]	f_{su} / f_{sy} [-]	$\varepsilon_{s,fsu}$ [%]
A	400 - 600	$\geq 1,05$	$\geq 2,5$
B	400 - 600	$\geq 1,08$	$\geq 5,0$
C	400 - 600	$\geq 1,15$ $< 1,35$	$\geq 7,5$

Utgående från samband i Figur 2.5 bestäms rotationskapaciteten⁴ som

$$\theta_{Rd,EK} = \frac{k_{\lambda}}{2} \cdot \theta_{pl} \quad (2.16)$$

där

⁴ I Eurokod 2 definieras den plastiska rotationen θ_{pl} som rotationen i en dubbelsidig led, jämför Figur 2.1. För att justera denna skillnad i definition introduceras här en faktor 2 i nämnaren i ekvation (2.16).

$$k_\lambda = \sqrt{\frac{\lambda}{3}} \quad (2.17)$$

är en koefficient som beaktar strukturens skjuvslankhet. Denna definieras som

$$\lambda = \frac{l_0}{d} \quad (2.18)$$

varvid l_0 är avståndet mellan momentnollpunkt och plastisk led enligt Figur 2.1 och d är den effektiva höjden. Som förenkling för att beräkna sträckan l_0 anges i Eurokod att

$$l_0 = \frac{M_s}{V_s} \quad (2.19)$$

kan användas, där M_s och V_s är samhörande värden för böjmoment respektive tvärkraft.

De restriktioner som anges för att använda samband redovisade i Figur 2.5 är för betong C50/60 eller lägre att

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (2.20)$$

samt för betong C55/67 eller högre att

$$\frac{x}{d} \leq 0,35 \quad (2.21)$$

Som framgår av Figur 2.5 används i Eurokod 2 kvoten x/d för att beskriva tvärsnittets egenskaper medan mekanisk armeringskvot ω_s används i FKR för motsvarande sak, se avsnitt 2.2.2. För ett tvärsnitt som inte utsätts för normalkrafter, samt där inverkan av eventuell armering på den tryckta sidan försummas, så kan kvoten x/d dock uttryckas som en funktion av ω_s – för en tvärsnittsanalys i enlighet med Figur 2.2 fås då att

$$\frac{x}{d} = \frac{\omega_s}{0,8} \quad (2.22)$$

2.2.4 MSB

I dokumentation för impulsbelastade konstruktioner (t.ex. Johansson och Laine, 2012 eller Johansson, 2015b), framtagen av Myndigheten för samhällsskydd och beredskap (MSB), utgås den plastiska rotationskapaciteten från anvisningar i Eurokod 2. Baserat på resonemang i Johansson (2015a) ersätts i MSB:s dokumentation dock uttrycket från Eurokod 2 i ekvation (2.16) med

$$\theta_{Rd,MSB} = 2 \cdot \theta_{Rd,EK} = k_\lambda \cdot \theta_{pl} \quad (2.23)$$

Således är plastisk rotationskapacitet enligt MSB dubbelt så stor som den som används i Eurokod 2.

2.2.5 UFC

UFC 3-340-02, DOD (2008), utgör amerikanska anvisningar som även används i ett stort antal andra länder, t.ex. Nederländerna, Norge och Spanien. I Storbritannien används en variant av UFC, se avsnitt 2.2.6. I UFC ges endast mycket övergripande anvisningar för vilken deformationsförmåga som en impulsbelastad betongkonstruktion kan förväntas uppvisa. Plastisk rotationskapacitet anges som en vinkel, vilken beror på skyddskategori samt typ av tvärsnitt, se Tabell 2.2 samt Johansson och Rempling (2016) för mer detaljer. I UFC görs ingen skillnad på tillåten rotationskapacitet i fält eller stöd.

Tabell 2.2 Tillåten rotationskapacitet $\theta_{Rd,UFC}$ och förhållande mellan spännvidd/deformation l/u enligt UFC, DOD (2008).

Typ av bygelarmering	Skyddskategori	Typ av tvärsnitt	$\theta_{Rd,UFC}$ [°]	$\theta_{Rd,UFC}$ [10 ⁻³ rad]	l/u [-]
Ingen	1	I	1	17	115
Ingen	2	I	2	35	57
Normal	2	II	6 ¹⁾	105	19
Korsande	2	III	12 ¹⁾	210	10

¹⁾ Reducerad inre hävarm där tvärsnittets tryckzon helt säkerställs av tryckarmering.

Materialegenskaperna hos den armering som utgås från i UFC listas i Tabell 2.3 och av detta framgår att denna armering besitter goda seghetsegenskaper. Framförallt armering ASTM A 615 uppvisar en seghetskvot η_f som är högre än den segaste armeringstypen i Eurokod 2, jämför med Klass C i Tabell 2.1.

Tabell 2.3 Definition av armeringstyper i UFC, DOD (2008).

Armeringstyp	f_y [MPa]	f_u [MPa]	$\eta_f = f_u / f_y$ [-]
ASTM A 615 Grade 60	455	620	1,36
ASTM A 706 Grade 60	455	550	1,21 ¹⁾

¹⁾ Enligt UFC har armering av typ 706 större brottöjning än armering av typ 615, vilket anses kompensera tillräckligt för den lägre seghetskvoten.

2.2.6 Cormie *et al.*

I Cormie *et al.* (2012) ges anvisningar om tillåten rotationskapacitet som utgår från samma koncept som används i UFC, se avsnitt 2.2.5. Dock finns det smärre skillnader i vilka förutsättningar som ska vara uppfyllda och tillåtna rotationer är genomgående lägre, se Tabell 2.4. Liksom i UFC görs det inte heller i Cormie *et al.* någon skillnad på tillåten rotationskapacitet i fält eller stöd.

Tabell 2.4 Tillåten rotationskapacitet θ_{Cor} och förhållande mellan spännvidd/deformation l/u enligt Cormie et al. (2009).

Typ av bygelarmering	Skyddskategori	Typ av tvärsnitt	θ_{Cor} [°]	θ_{Cor} [10^{-3} rad]	l/u [-]
Ingen	1	I	1	17	115
Normal	2	I	2	35	57
Normal	2	II	4 ¹⁾	70	29
Normal	2	III	8 ^{1), 2)}	141	14

¹⁾ Reducerad inre hävarm där tvärsnittets tryckzon helt säkerställs av tryckarmering.

²⁾ Förutsatt att den belastade konstruktionsdelen har sådana randvillkor att den kan utveckla lin- eller membranverkan.

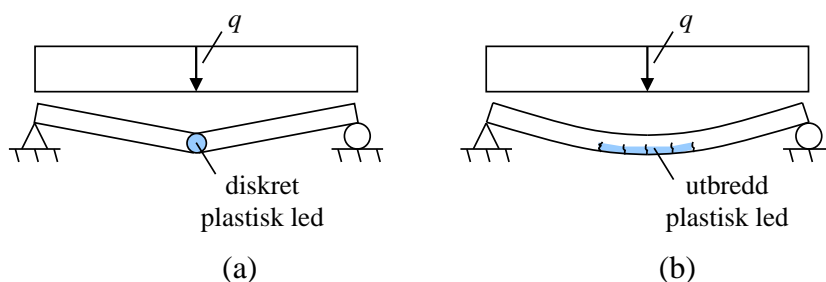
2.3 Bakomliggande teori

2.3.1 Kommentar om använda referenser

För mycket av den information som presenteras i avsnitt 2.3 har inspiration hämtats från Plem (1981) samt CEB (1998). Den metod som används i Plem (1981) skiljer sig dock något från hur det presenteras här och CEB (1998) innehåller ett sammanställt material från ett stort antal studier inom ämnesområdet.

2.3.2 Definition av plastisk led

I Figur 2.1 i föregående avsnitt indikeras att en så kallad plastisk led har uppkommit i strukturen. I figuren är den plastiska leden diskret, dvs. den antas helt sakna utbredning. Detta är det normala antagandet i den typ av beräkningsmodeller som används för att beskriva användandet av plastisk omlagring, så kallad flytledsteori, i en struktur – en diskret plastisk led antas uppstå i den punkt där plasticering (flytning) av armeringen beräknas inträffa först. Denna beskrivning är dock en idealiserad förenkling – i verkligheten har den plastiska leden en viss fysisk utbredning. Denna utbredning är dessutom kopplad till den aktuella lastsituationen, samt för en armerad betongkonstruktion, även till hur den omgivande uppsprickningen ser ut. Förenklat kan sägas att den plastiska ledens verkliga utbredning motsvarar den sträcka inom vilken det verkande momentet uppnått tvärsnittets flytmoment, se schematisk illustration i Figur 2.6.

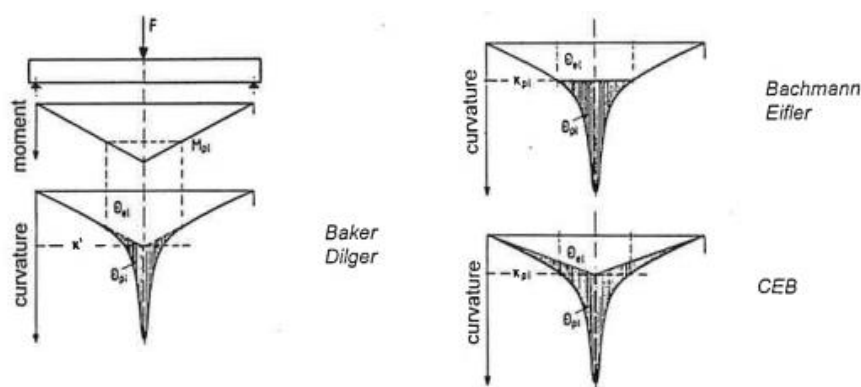


Figur 2.6 Schematisk illustration av utbredning hos plastisk led i (a) idealiserad beräkningsmodell och (b) verkligheten.

I litteraturen finns det olika beskrivningar av hur den plastiska rotationen definieras och i Figur 2.7 återges grafiska illustrationer av några olika varianter (CEB, 1998):

- **Baker och Dilger:** Plastisk krökning definieras som den krökning som erhålls inom ett område motsvarande den plastiska ledens utbredning, dvs. inom det område där flytmomentet M_y har uppnåtts, och som överstiger den elastiska krökning som fås vid ett momentvärde upp till brottmoment M_u .
- **Bachman och Eifler:** Plastisk krökning definieras som den krökning som erhålls inom ett område motsvarande den plastiska ledens utbredning och som överstiger den elastiska krökningen som fås vid flytmoment M_y .
- **CEB:** Plastisk krökning definieras som all den krökning som erhålls i strukturen efter det att strukturens flytmoment har uppnåtts. Detta innebär att all tillkommande krökning, även i delar som uppvisar en elastisk respons, bidrar till en beräknad plastisk rotation.

Utöver dessa skillnader hanteras även inverkan av exempelvis böj- och skjuvsprickor på varierande sätt i olika modeller, se avsnitt 2.3.6 för mer information om detta.



Figur 2.7 Grafisk beskrivning av principiell skillnad mellan olika definitioner på plastisk rotation. Från CEB (1998).

Rotationen θ_i kan beräknas som integralen av krökningen κ över längden $l_{0,i}$ mellan plastisk led och momentnollpunkt så som schematiskt illustreras i Figur 2.1, dvs.

$$\theta_i = \int_0^{l_{0,i}} \kappa dx \quad (2.24)$$

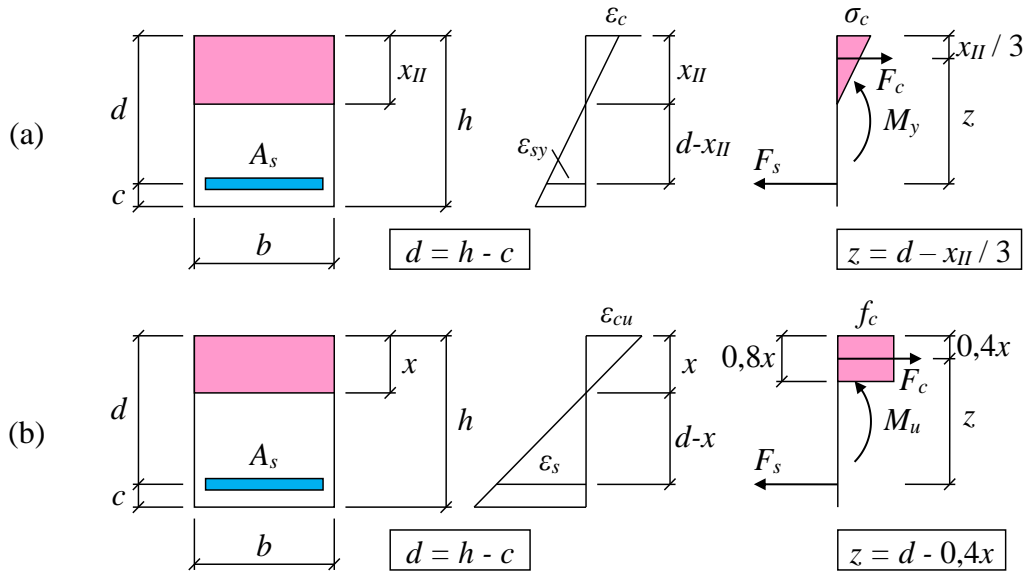
Allmänt gäller att krökningen vid elastisk respons kan beräknas som

$$\kappa = \frac{M}{EI} \quad (2.25)$$

där M är moment, E är elasticitetsmodul och I är tröghetsmoment. Med hänsyn till att krökningen är ett mått på töjningsvariation i ett tvärsnitt kan den för ett armerat betongtvärsnitt, se Figur 2.8, även beräknas som

$$\kappa = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad (2.26)$$

där ε_c är betongens töjning, ε_s är armeringens töjning och x samt d är tvärsnittets tryckzonshöjd respektive effektiva höjd.



Figur 2.8 Tvärsnittsanalys av ett armerat betongtvärsnitt utsatt för ren böjning i (a) stadium II – beräkning av flytmoment M_y , samt (b) stadium III – beräkning av brottmoment M_u ($x = x_{III}$).

Den maximala plastiska krökningen i en sektion kan beräknas som

$$\kappa_{pl,u} = \kappa_{tot} - \kappa_{el} \quad (2.27)$$

där total krökning κ_{tot} vid maximal momentkapacitet kan beräknas som

$$\kappa_{tot} = \min\left(\frac{\varepsilon_{cu}}{x_{III}}, \frac{\varepsilon_{su}}{d - x_{III}}\right) \quad (2.28)$$

och elastisk krökning κ_{el} kan, vid antagande om linjär respons i tryckt betong samt ett moment M , beräknas som

$$\kappa_{el} = \frac{\varepsilon_c}{x_{II}} = \frac{\varepsilon_s}{d - x_{II}} = \frac{M}{EI_{II}} \quad (2.29)$$

Här gäller att ε_{cu} och ε_{su} i ekvation (2.28) är brotttöjning i betong respektive armering samt att index II och III indikerar stadium II (sprucket tvärsnitt) respektive stadium III (brottstadium).

Plastisk krökning uppstår när $\kappa_{tot} \geq \kappa_{el}$, vilket inträffar när momentet uppnår flytmomentet M_y , dvs. när $M \geq M_y$. Flytmomentet M_y fås i sin tur när armeringstöjningen uppnår flyttöjning, dvs. $\varepsilon_s = \varepsilon_{sy}$, se Figur 2.8a för tvärsnittsanalys.

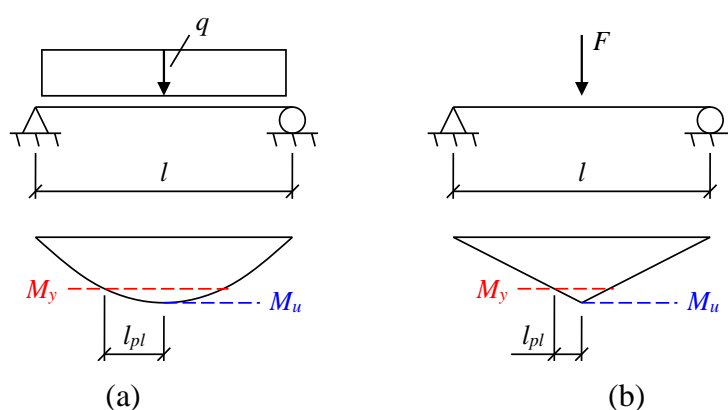
Baserat på ekvation (2.24) och (2.27) kan den plastiska krökningen över längden l_0 (ensidig plastisk led, se Figur 2.1) sedan beräknas som

$$\theta_{pl} = \int_0^{l_0} (\kappa_{tot} - \kappa_{el}) dx \quad (2.30)$$

2.3.3 Momentfördelningens betydelse

Baserat på uttryck i ekvation (2.30) inses att det enbart är områden i balken där momentet M överstiger flytmomentet M_y , dvs. $M \geq M_y$, som det är möjligt att erhålla ett bidrag till den plastiska ledens rotation. Av detta inses också att storleken på den plastiska ledens utbredning samt storleken på momentet utöver flytmomentet, som verkar inom detta område, är andra viktiga parametrar som påverkar den slutliga storleken på möjlig plastisk rotation.

I Figur 2.9 illustreras detta för två olika lastfall som verkar på en fritt upplagd balk – last från en jämnt utbredd last samt en punktlast placerad i fältmitt. Balkarna antas ha en likvärdig momentkapacitet, där M_y indikerar flytmoment och M_u maximalt moment som kan bäras av tvärsnittet. Utbredningen av den verkliga plastiska leden antas vara samma som sträckan över vilken $M \geq M_y$ – här betecknat som l_{pl} för en ensidig plastisk led.



Figur 2.9 Inverkan på den plastiska ledens utbredningslängd l_{pl} för en fritt upplagd balk utsatt för (a) en jämnt utbredd last och (b) en punktlast placerad i balkmitt. Resultande momentfördelning visas med flytmoment M_y och maximalt moment M_u markerade.

För balken belastad med en jämnt utbredd last i Figur 2.9a fås en parabelformad momentfördelning, vilket kan jämföras med att momentfördelningen vid en punktlast blir triangelformad, se Figur 2.9b. Skillnad i momentfördelning medför att storleken på sträckan l_{pl} , dvs. den plastiska ledens verkliga utbredning, blir större vid en jämnt utbredd last jämfört med vid last av en punktlast.

Storleken på den plastiska ledens utbredning l_{pl} är således en funktion av balkens aktuella momentfördelning. Förutom detta framgår av Figur 2.9 även att momentkvoten

$$\eta_M = \frac{M_u}{M_y} \quad (2.31)$$

är en viktig parameter för att bestämma storleken på l_{pl} , där ett ökat värde på kvoten η_M medför en ökad utbredning l_{pl} för den plastiska leden.

Av momentfördelningen i Figur 2.9 framgår det även att kvoten M/M_y , inom sträckan l_{pl} , kommer vara högre inom ett större område vid belastning av en jämnt utbredd last jämfört med av punktlast i balkmitt. Således kommer storleken på den plastiska rotationen öka dels på grund av en större utbredningslängd l_{pl} , dels på att momentet (och därmed den plastiska krökningen) inom detta område blir större.

Av ovanstående kan således konstateras att momentfördelningen kan ha en betydande inverkan på den plastiska rotationskapacitetens storlek. Momentfördelningen beror i sin tur på balkens randvillkor samt aktuell lastkonfiguration och av detta inses att det inte är relevant att göra en direkt jämförelse av plastisk rotationskapacitet för t.ex. en fritt upplagd balk utsatt för en jämnt utbredd last eller en punktlast i fältmitt.

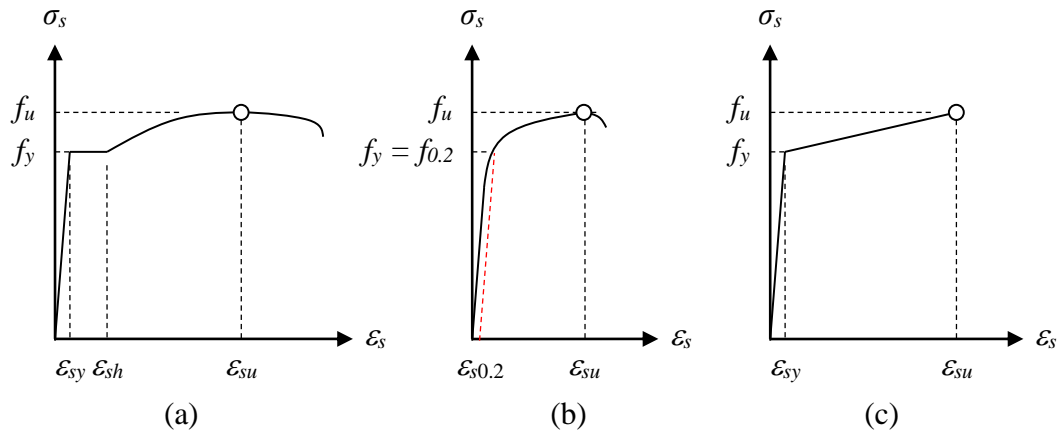
2.3.4 Inverkan av betongens och armeringens arbetskurva

I avsnitt 2.3.2 och 2.3.3 har det visats att den plastiska rotation θ_{pl} som kan uppnås i en belastad balk bland annat beror på moment-krökningssambandet $M(\kappa)$ som fås i tvärsnitt inom den plastiska ledens utbredning l_{pl} . Moment-krökningssambandet beror i sin tur på tvärsnittets geometri, armeringsmängd samt arbetskurvor hos betong och armering. I detta avsnitt fokuseras på vilken principiell inverkan som armeringens arbetskurva har på den resulterande plastiska rotationskapaciteten.

I Figur 2.10 visas i (a) och (b) schematiska illustrationer av verkliga arbetskurvor för armering och i (c) som ett förenklat bilinjärt samband med hårdnande i enlighet med ett av de samband som används i Eurokod 2, SIS (2008). Arbetskurvan i Figur 2.10a har en flytplata, vilket normalt sett erhålls för varmvalsade eller värmehärdade stål (klass B och C i Eurokod 2). Arbetskurvan i Figur 2.10b saknar en flytplata och motsvarar den som fås för ett kallbearbetat stål (klass A i Eurokod 2⁵). Som en effekt av detta är brotttöjning för kallbearbetad armering normalt sett också avsevärt lägre än för varmvalsad/värmehärdad armering. För en kallbearbetad arbetskurva är det, på grund av avsaknad av en flytplata, inte heller möjligt att explicit bestämma ett värde f_y . Som approximation används därför istället ett värde $f_{0.2}$, vilket motsvarar den spänning som vid elastisk avlastning resulterar i en kvarstående töjning på 0,2%. Obeaktad dessa principiella skillnader, används i Eurokod 2 det förenklade samband som illustreras i Figur 2.10c för samtliga klasser av armering när inverkan av armeringens hårdnande beaktas⁶.

⁵ Denna form på arbetskurvan kan även fås på varmvalsade stål som förvarats på rulle, se t.ex. Lozano och Makdesi (2017), och kan principiellt således även beskriva arbetskurvan för armering av klass B eller C.

⁶ Vid dimensionering eller analys av ett momentbelastat betongtvärsnitt är det även vanligt (t.ex. i Eurokod 2) att använda en elastoplastisk arbetskurva utan hårdnande samt utan hänsyn till brotttöjningens storlek, dvs. med antagande om en konstant flytplata vid spänning f_y samt $\varepsilon_{su} = \infty$.



Figur 2.10 Arbetskurva för armering – schematisk beskrivning av (a) varmvalsat/värmehärdat stål med flytplatå, (b) kalldraget stål utan flytplatå samt (c) förenklad beskrivning enligt Eurokod 2, SIS (2008).

De parametrar som karakteriserar armeringens seghet utgörs dels av en spänningskvot

$$\eta_f = \frac{f_u}{f_y} \quad (2.32)$$

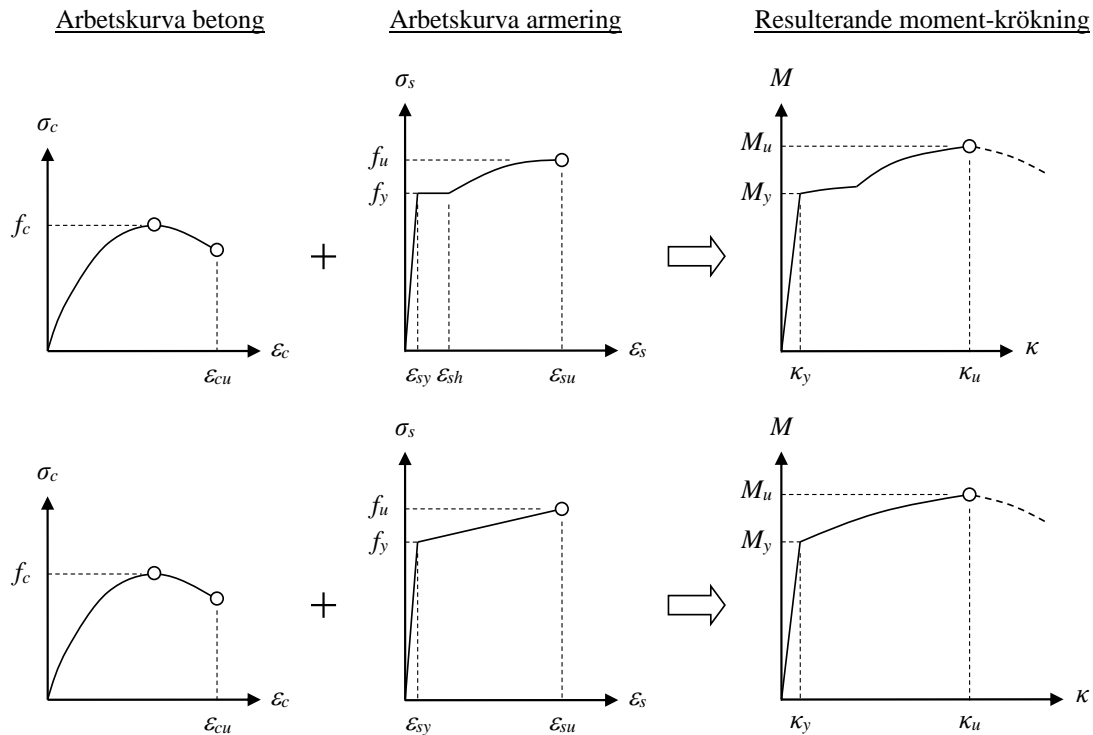
där f_u är brottspänning och f_y är flytspänning i armeringen, dels av brotttöjning ε_u , definierad som den töjning som erhålls när brottspänningen f_u nås⁷. Ett högt värde på spänningskvoten η_f bidrar även till att ett högt värde på momentkvoten η_M i ekvation (2.31) blir möjligt. Ett ökat värde på kvoten η_f är därför också en starkt bidragande orsak till en ökad plastisk rotationskapacitet. På motsvarande sätt medför ett ökat värde på brotttöjningen ε_u att potentiell avslitning av armering senareläggs, vilket också kan medföra en ökad plastisk rotationskapacitet. Det som avgör om detta har någon inverkan är huruvida det är krossning av betongen eller avslitning av armeringen som utgör slutligt brottkriterium för rotationskapaciteten.

Utseendet på armeringens arbetskurva påverkar hur det resulterande moment-krökningssambandet ser ut. Antas en förenklad arbetskurva i enlighet med Figur 2.10a eller Figur 2.10c kommer moment-krökningssambandet dock få ett principiellt utseende i enlighet med Figur 2.11 (inverkan av osprucken respons i stadium I har bortsetts från). Den streckade nedåtgående grenen som erhålls vid krökning $\kappa > \kappa_u$ uppstår när en gradvis krossning av betongen inträffar, medförande att den inre hävarmen gradvis minskar. För ett fall där avsliten armering inträffar fås istället ett abrupt hopp i kurvan när momentkapaciteten plötsligt minskar.

Beroende på armeringsmängd samt betongens hållfasthet kan momentkvoten η_M vara både högre och lägre än spänningskvoten η_f , se vidare information om detta i avsnitt 2.5.6. I det fortsatta resonemanget utgås för nu dock från att dessa båda kvoter är ungefär lika, dvs. att

$$\eta_M \approx \eta_f \quad (2.33)$$

⁷ Det kan noteras att den töjning som fås mellan uppnådd brottspänning f_u och avsliten armering inte beaktas i beskrivningen av armeringens egenskaper. Denna töjning är kopplat till lokala deformationer i armeringen, så kallad midjebildning, och dess storlek beror, till skillnad mot töjningsvärden $\varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$, därför på provstångens längd. Detta, ej beaktade, töjningsbidrag kan dock vara stort och utgör då en töjningsreserv i armeringen som inte är försumbar.



Figur 2.11 Principiellt moment-krökningssamband vid användande av en parabelformad arbetskurva för betong samt en arbetskurva för armering enligt Figur 2.10a respektive Figur 2.10c.

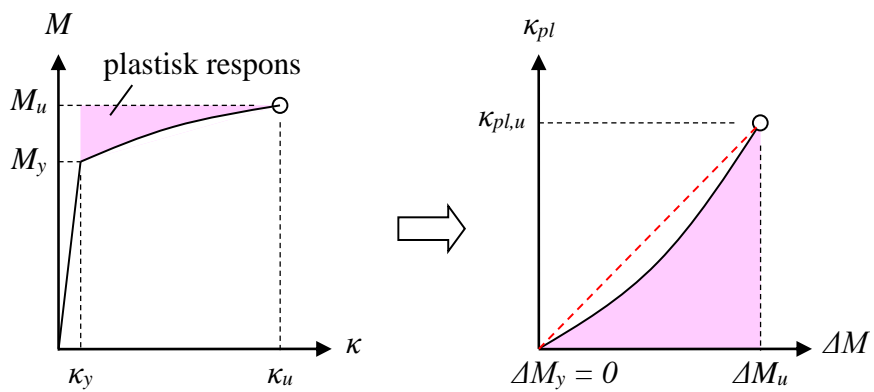
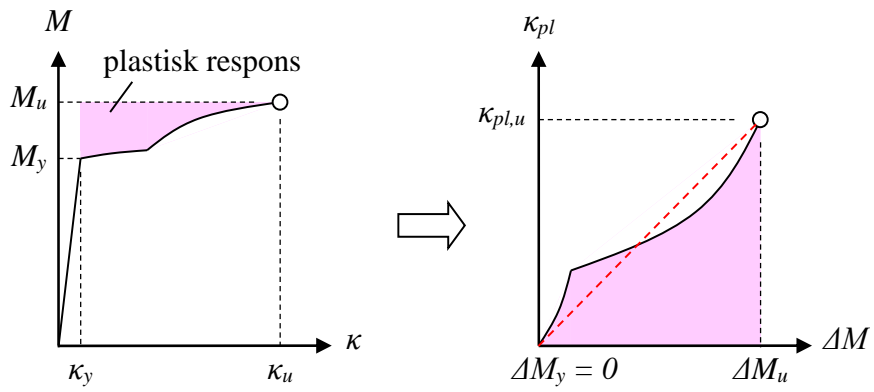
I det fortsatta resonemang som presenteras här utgås enbart från moment-krökningssambandet mellan momenten M_y och M_u , vilket således representerar den plastiska krökning som fås upp till maximalt moment M_u . Som påpekas ovan kommer detta samband påverkas av formen på armeringens arbetskurva och i Figur 2.11 ges schematiska illustrationer av resulterande moment-krökningssamband för en arbetskurva med flytplåta enligt Figur 2.10a samt en förenklad arbetskurva med bilinjärt samband enligt Figur 2.10c. De resulterande moment-krökningssambanden i Figur 2.11 kan, mellan momenten M_y och M_u , förenklat approximeras med ett linjärt samband så som schematiskt illustreras i Figur 2.12. Baserat på detta kan ett nytt samband för plastisk krökning κ_{pl} som funktion av momentskillnad ΔM skapas i enlighet med Figur 2.13, där

$$\kappa_{pl} = \kappa - \kappa_{el} \quad \text{där } \kappa_y \leq \kappa \leq \kappa_u \quad (2.34)$$

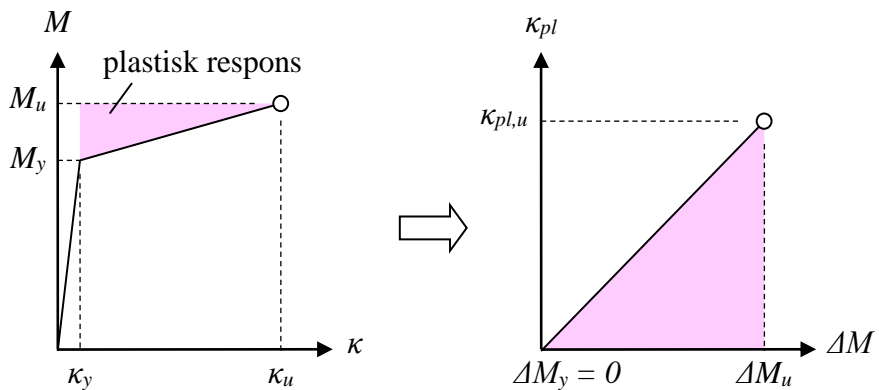
och

$$\Delta M = M - M_y \quad \text{där } M_y \leq M \leq M_u \quad (2.35)$$

Detta samband kan därefter användas för att beräkna vilka plastiska krökningar som fås vid en given momentfördelning i enlighet med vad som illustreras i Figur 2.9 – detta behandlas mer ingående i avsnitt 2.3.5.



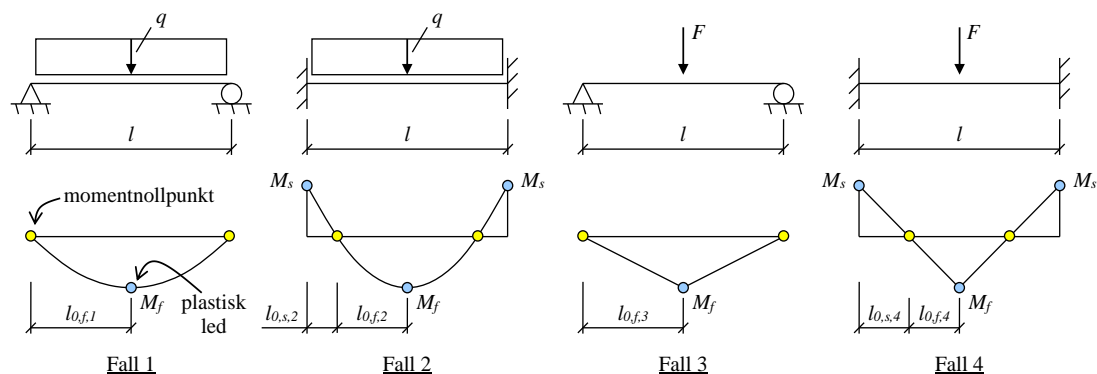
Figur 2.12 Schematisk illustration av samband mellan plastisk krökning κ_{pl} och momentskillnad ΔM för sambanden i Figur 2.11. Streckad linje markerar en linjär approximation av det aktuella sambandet.



Figur 2.13 Schematisk illustration av samband mellan plastisk krökning κ_{pl} och momentskillnad ΔM när krökningssambandet i plastiskt område approximerats att vara linjärt.

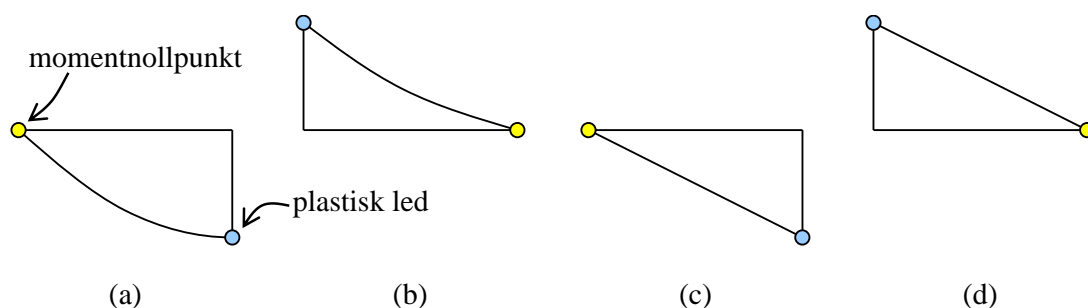
2.3.5 Jämförelse av olika fall

Med syfte att illustrera vilken inverkan varierande randvillkor och lastkonfiguration har på den plastiska rotationskapaciteten kommer fall enligt Figur 2.14 att behandlas i detta avsnitt. Valda randvillkor och lastutbredningar är vanligt förekommande och bedöms fungera som ett bra underlag att presentera ett koncept för hur den plastiska rotationskapaciteten beror på denna typ av faktorer.



Figur 2.14 Studerade lastfall med tillhörande momentfördelning. Längd l_0 mellan momentnollpunkt och plastisk led har markerats för respektive fall.

Baserat på momentfördelningarna som presenteras i Figur 2.14 kan fyra olika former identifieras, vilka svarar mot fältmoment respektive stödmoment vid jämnt utbredd last samt av fält- och stödmoment vid punktlast, se Figur 2.15. Av dessa är de i (b) till (d) snarlika – (b) är svagt olinjär men kan med god approximation betraktas som ett linjärt samband enligt (d) medan (c) och (d) har identisk grundform men med olika rotering.

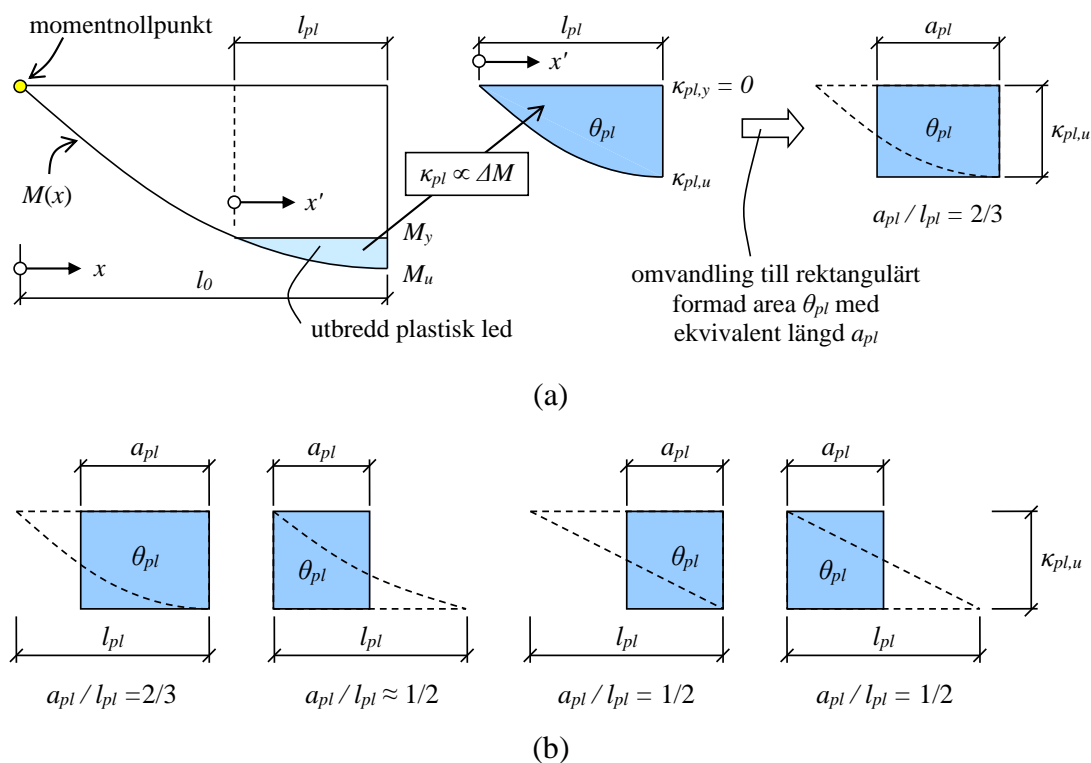


Figur 2.15 Möjliga former på momentfördelning för lastfall enligt Figur 2.14: (a) fältmoment vid jämnt utbredd last, (b) stödmoment vid jämnt utbredd last, (c) fältmoment vid punktlast samt (d) stödmoment vid punktlast. Läge för momentnollpunkt och plastisk led är markerade.

Om den plastiska krökningen κ_{pl} , i enlighet med Figur 2.13, approximativt kan sägas variera linjärt med momentet ΔM , så är det möjligt att direkt utgå från de principiella momentfördelningarna i Figur 2.14 för att beskriva den plastiska rotationen. Detta illustreras i Figur 2.16 där den markerade arean av plastisk kröknings-koordinat-sambandet $\kappa_{pl}(x')$ motsvarar den plastiska rotationen θ_{pl} , vilken kan beräknas som

$$\theta_{pl} = \int_0^{l_{pl}} \kappa_{pl}(x') \cdot dx' \quad (2.36)$$

Som diskuterats ovan, och som framgår av Figur 2.16, så påverkar både momentkvoten $\eta_M = M_u / M_y$ och aktuell momentfördelning storleken på den plastiska ledens utbredning l_{pl} . Med syfte att underlätta beräkningen införs här en ekvivalent längd a_{pl} , vilken tillsammans med den plastiska krökningen $\kappa_{pl,u}$, beskriver en rektangulär yta med samma area θ_{pl} som den oregelbundet formade ytan som baseras på momentfördelningen.



Figur 2.16 Grafisk beskrivning av plastisk rotation utgående från momentfördelning när $\kappa_{pl} \propto \Delta M$: (a) koncept för beräkning av ekvivalent längd a_{pl} , (b) sammanställning av a_{pl} / l_{pl} för lastfall enligt Figur 2.15.

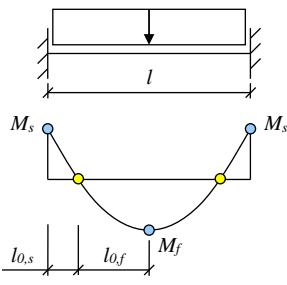
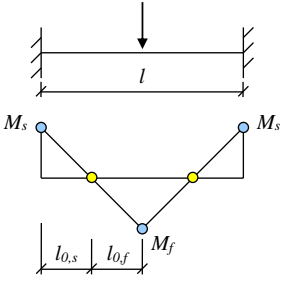
I Figur 2.16 anges värdet på kvoten a_{pl} / l_{pl} för de fall som förekommer i Figur 2.15⁸ och via det koncept som beskrivs i denna figur kan den plastiska rotationen beräknas som

$$\theta_{pl} = \kappa_{pl,u} \cdot a_{pl} \quad (2.37)$$

där $\kappa_{pl,u}$ beräknas enligt ekvation (2.27) och a_{pl} beräknas utgående från l_{pl} . Nedan visas hur l_{pl} och a_{pl} beräknas för de fyra fall som illustreras i Figur 2.14 och en sammanställning av härledda uttryck ges i Tabell 2.5.

⁸ För situation motsvarande Figur 2.15b fås att $a / l_{pl} = 1/2$ blir en bra approximation oavsett förhållande $\alpha = M_s / M_f$ mellan stöd- och fältmoment.

Tabell 2.5 Sammanställning av uttryck för bestämning av längd l_0 mellan momentnollpunkt och plastisk led, den plastiska ledens utbredningslängd l_{pl} samt ekvivalent längd a_{pl} på plastisk led.

		Lastfall	
Beskrivning	Placering		
Längd mellan momentnollpunkt och plastisk led	Stöd	$l_{0,s} = \frac{l}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1+\alpha}} \right)$	$l_{0,s} = \frac{l}{2} \cdot \frac{\alpha}{1+\alpha}$
	Fält	$l_{0,f} = \frac{l}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{1+\alpha}}$	$l_{0,f} = \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{1+\alpha}$
Plastiska ledens utbredningslängd	Stöd	$l_{pl,s} = \frac{l}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1+\alpha/\eta_M}{1+\alpha}} \right)$	$l_{pl,s} = l_{0,s} \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right)$
	Fält	$l_{pl,f} = l_{0,f} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_M}}$	$l_{pl,f} = l_{0,f} \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right)$
Ekvivalent längd på plastisk led	Stöd	$a_{pl,s} \approx \frac{1}{2} \cdot l_{pl,s}$	$a_{pl,s} = \frac{1}{2} \cdot l_{pl,s}$
	Fält	$a_{pl,f} = \frac{2}{3} \cdot l_{pl,f}$	$a_{pl,f} = \frac{1}{2} \cdot l_{pl,f}$

Parametrar: $\eta_M = M_u / M_y$, se ekvation (2.31); $\alpha = M_s / M_f$, se ekvation (2.39).

För en balk utsatt för en jämnt utbredd last q kan momentfördelningen $M(x)$ beräknas som

$$M(x) = \frac{q}{2} \cdot (l \cdot x - x^2) - M_s \quad (2.38)$$

där l är balkens längd, x är koordinat mätt från stöd och M_s är stödmoment i enlighet med Figur 2.14. Med antagande om plastisk omlagring samt att förhållandet mellan stödmoment M_s och fältmoment M_f kan skrivas som

$$\alpha = \frac{M_s}{M_f} \quad (2.39)$$

så kan förhållandet mellan moment och last q skrivas som

$$(1+\alpha) \cdot M_f = \frac{q \cdot l^2}{8} \quad (2.40)$$

Kombineras dessa samband kan momentet istället uttryckas som

$$M(\xi) = [4 \cdot (1 + \alpha) \cdot (\xi - \xi^2) - \alpha] \cdot M_f \quad \text{där } \xi = \frac{x}{l} \quad (2.41)$$

Ur detta kan l_0 , dvs. längden mellan momentnollpunkt och plastisk led, i stöd beräknas som

$$l_{0,s} = \frac{l}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \alpha}} \right) \quad (2.42)$$

och i fält som

$$l_{0,f} = \frac{l}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \alpha}} \quad (2.43)$$

Dessa samband gäller allmänt och om $\alpha = 0$ fås en situation för en fritt upplagd balk.

Baserat på ekvation (2.41) kan den plastiska utbredningslängden i stöd beräknas som

$$l_{pl,s} = \frac{l}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \alpha / \eta_M}{1 + \alpha}} \right) \quad (2.44)$$

och i fält som

$$l_{pl,f} = l_{0,f} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_M}} \quad (2.45)$$

På motsvarande sätt kan momentfördelningen $M(x)$ beräknas för en balk utsatt för en punktlast F placerad i fältmitt. Då fås att

$$M(x) = \frac{F \cdot x}{2} - M_s \quad x \leq \frac{l}{2} \quad (2.46)$$

varvid förhållandet mellan moment och last F , via ekvation (2.39), kan skrivas som

$$(1 + \alpha) \cdot M_f = \frac{F \cdot l}{4} \quad (2.47)$$

och momentet M slutligen kan uttryckas som

$$M(\xi) = [4 \cdot (1 + \alpha) \cdot \xi - \alpha] \cdot M_f \quad \text{där } \xi = \frac{x}{l} \leq \frac{1}{2} \quad (2.48)$$

Längden l_0 mellan momentnollpunkt och plastisk led i stöd beräknas som

$$l_{0,s} = \frac{l}{2} \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad (2.49)$$

och i fält som

$$l_{0,f} = \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} \quad (2.50)$$

Baserat på ekvation (2.48) kan den plastiska utbredningslängden i stöd slutligen beräknas som

$$l_{pl,s} = l_{0,s} \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M}\right) \quad (2.51)$$

och i fält som

$$l_{pl,f} = l_{0,f} \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M}\right) \quad (2.52)$$

I Tabell 2.6 ges en sammanställning av hur l_0/l varierar med inspänningsgraden α för ett fall med jämnt utbredd last samt en punktlast placerad i balkmitt.

Tabell 2.6 Sammanställning av sträcka l_0/l mellan momentnollpunkt och plastisk led för varierande inspänningsgrad $\alpha = M_s/M_f$, se Figur 2.14 för illustration. Fall där $\alpha = 0$ motsvarar en fritt upplagd balk.

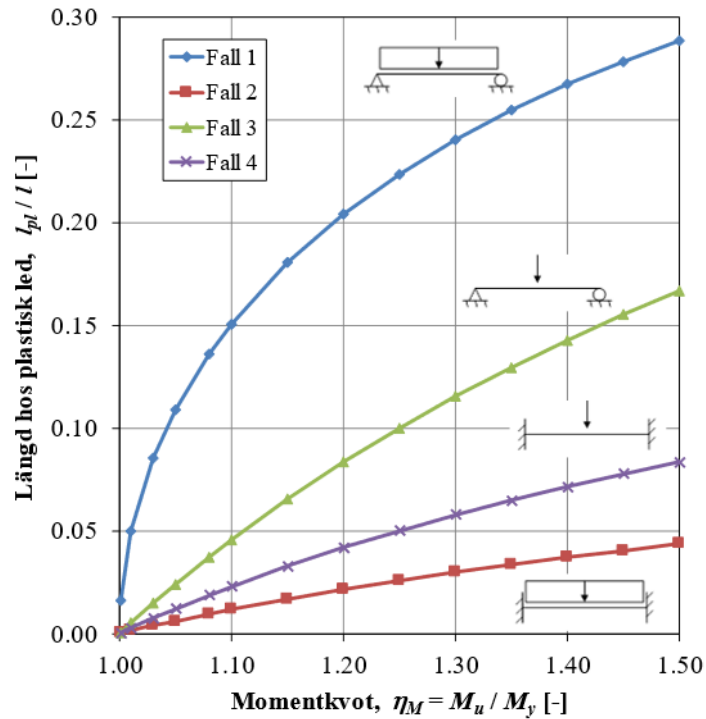
α	Jämnt utbredd last		Punktlast i balkmitt	
	$l_{0,s}/l$	$l_{0,f}/l$	$l_{0,s}/l$	$l_{0,f}/l$
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
2	0,211	0,289	0,333	0,167
3/2	0,184	0,316	0,300	0,200
1	0,146	0,354	0,250	0,250
2/3	0,113	0,387	0,200	0,300
1/2	0,092	0,408	0,167	0,333
0	0,000	0,500	0,000	0,500

Baserat på ekvation (2.44), (2.45), (2.51) och (2.52) kan variation i plastisk längd l_{pl}/l i stöd och fält, för här undersökta lastfall, beräknas som funktion av momentkvoten η_M . Resultande samband presenteras i Figur 2.17 och av detta framgår att det är en betydande skillnad på den plastiska ledens utbredning beroende på lastfall och randvillkor. Vidare kan noteras att den procentuella skillnaden mellan Fall 1 och Fall 2 ökar med minskande värde på momentkvoten η_M .

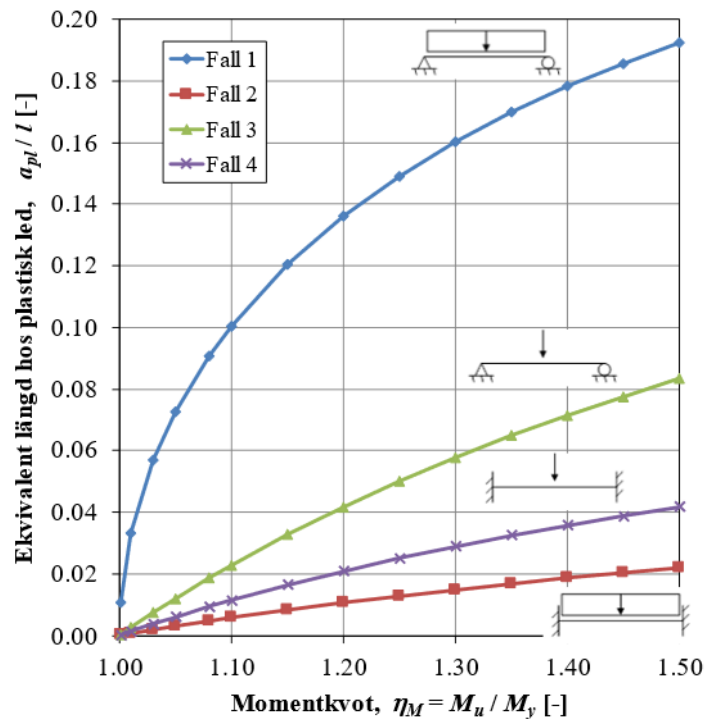
Genom att kombinera data i Figur 2.17 med värden på a/l_{pl} i Figur 2.16 fås samband enligt Figur 2.18 där förhållandet a_{pl}/l som funktion av momentkvoten η_M visas. Genom att jämföra de olika värdena på a/l_{pl} i Figur 2.17 kan inverkan av randvillkor samt lastkonfiguration för en given situation uppskattas. Kvotvärden enligt Figur 2.17 presenteras därför även i Tabell 2.7 och i syfte att underlätta jämförelse presenteras även värden på kvoten

$$\eta_{a,i} = \frac{a_{pl,i}}{a_{pl,3}} \quad (2.53)$$

vilken beskriver förhållandet för den ekvivalenta längden a_{pl} mellan Fall i ($i = 1-4$ enligt Figur 2.14) och Fall 3 (fritt upplagd balk med punktlast i balkmitt), se Figur 2.14 för illustration av olika fall.

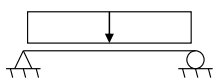
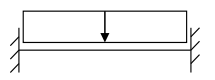
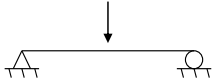
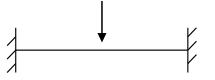


Figur 2.17 Sammanställning av hur den plastiska ledens längd l_{pl} / l varierar med momentkvoten η_M för studerade lastfall. För fast inspänd balk har här ansatts att $\alpha = 1,0$.



Figur 2.18 Sammanställning av hur den ekvivalenta plastiska ledens längd a_{pl} / l varierar med momentkvoten η_M för studerade lastfall. För fast inspänd balk har här ansatts att $\alpha = 1,0$.

Tabell 2.7 Sammanställning av den ekvivalenta plastiska ledens längd a_{pl}/l enligt Figur 2.18. För att underlätta jämförelse visas även längdkvot $\eta_{a,i}$ gentemot Fall 3 enligt ekvation (2.53).

								
η_M	$a_{pl,1}/l$	$\eta_{a,1}$	$a_{pl,2}/l$	$\eta_{a,2}$	$a_{pl,3}/l$	$\eta_{a,3}$	$a_{pl,4}/l$	$\eta_{a,4}$
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
1,01	0,033	13,4	0,001	0,25	0,002	1,00	0,001	0,50
1,03	0,057	7,8	0,002	0,25	0,007	1,00	0,004	0,50
1,05	0,073	6,1	0,003	0,25	0,012	1,00	0,006	0,50
1,08	0,091	4,9	0,005	0,25	0,019	1,00	0,009	0,50
1,10	0,101	4,4	0,006	0,25	0,023	1,00	0,011	0,50
1,15	0,120	3,7	0,008	0,25	0,033	1,00	0,016	0,50
1,20	0,136	3,3	0,011	0,26	0,042	1,00	0,021	0,50
1,25	0,149	3,0	0,013	0,26	0,050	1,00	0,025	0,50
1,30	0,160	2,8	0,015	0,26	0,058	1,00	0,029	0,50
1,35	0,170	2,6	0,017	0,26	0,065	1,00	0,032	0,50
1,40	0,178	2,5	0,019	0,26	0,071	1,00	0,036	0,50
1,45	0,186	2,4	0,020	0,26	0,078	1,00	0,039	0,50
1,50	0,192	2,3	0,022	0,26	0,083	1,00	0,042	0,50

Av Tabell 2.7 framgår att kvoten η_a varierar för Fall 1 medan den för övriga fall är nästan (Fall 2) eller helt (Fall 3 och 5) konstant. För $\alpha = 0,5-2,0$ kan det visas att $\eta_{a,2}$ med god överensstämmelse kan approximeras som

$$\eta_{a,2} = \frac{\alpha}{2 \cdot (1 + \alpha)} \quad (2.54)$$

För $\eta_M = 1,01$ är avvikelserna noll medan den för $\eta_M = 1,50$ uppgår till mellan 3 % ($\alpha = 0,5$) och 6 % ($\alpha = 2,0$). Eftersom $a_{pl}/l_{pl} \approx 1/2$ för både Fall 2 och Fall 3, se Figur 2.16, innebär detta att uttrycket i ekvation (2.44), via ekvation (2.52) samt att $l_{0,f} = l/2$, kan förenklas till

$$l_{pl,s} = \frac{l}{4} \cdot \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \quad (2.55)$$

för den plastiska ledens utbredning i stöd vid jämnt utbredd last (Fall 2)

2.3.6 Brister i synsätt

Det koncept som presenteras i avsnitt 2.3.5 för att beräkna den plastiska rotationskapaciteten förutsätter att krökningen kan antas vara linjärt fördelat i förhållande till momentfördelningen. Detta är dock en förenkling – i praktiken är responsen hos armerad betong mer komplex än vad som utgås från här, varför detta synsätt inte beskriver den verkliga responsen på ett helt korrekt sätt.

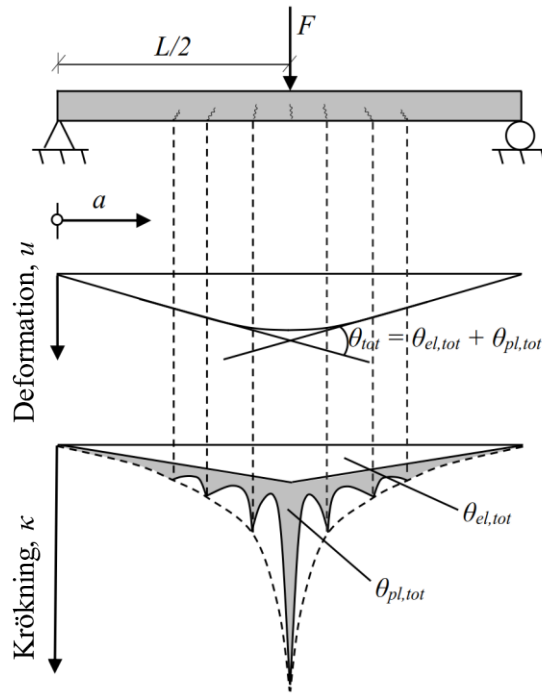
Viktiga parametrar som inte har beaktats i detta resonemang är:

- Inverkan av dragen betong mellan sprickor
- Vidhäftning mellan armering och betong
- Inverkan av sprickbildning i form av böjsprickor och sneda skjvsprickor
- Storlekseffekt, vilket via brottenergi i tryck, påverkar att krossning av betong begränsar rotationskapaciteten
- Resterande rotationskapacitet efter det att maximalt moment uppnåtts

Trots ovan listade brister bedöms dock att det beskrivna förfarandet fortfarande utgör en viktig grund för att ge vägledning och ökad förståelse – dels om vilka parametrar som påverkar den plastiska rotationskapaciteten i en armerad betongkonstruktion, dels hur och varför dessa parametrar har denna inverkan. Nedan ges en övergripande genomgång av hur ovan listade parametrar principiellt påverkar den plastiska rotationskapaciteten.

Dragen betong mellan sprickor

Den dragna betongen mellan sprickor (*tension stiffening* på engelska) gör att kraften i armeringen lokalt även bärs av dragen betong, något som resulterar i att armeringens töjning mellan sprickor blir lägre än vad den är genom själva sprickan. Vid sprickbegränsning i bruksgränstillstånd är detta en gynnsam effekt som medför att resulterande sprickvidd blir lägre. För att bestämma plastisk rotationskapacitet har detta fenomen dock en ogynnsam inverkan eftersom det innebär att armeringen lokalt kan gå till brott i sprickan samtidigt som vissa delar av armeringen mellan sprickorna uppvisar en märkbart lägre töjning. Det är därför inte heller möjligt att utgå från en jämn töjningsfördelning i armeringen över hela den plastiska ledens längd. Sammantaget innebär detta att den effektiva armeringstöjningen $\varepsilon_{s,ef}$ i den plastiska leden kommer vara märkbart lägre än vad brotttöjningen ε_{su} i en enskild stång medger. Dessa effekter har studerats i bland annat 2003, och Svedbjörk (2000, 2003, 2005) samt Nozad och Steiner (2021). I Figur 2.19 visas en schematisk illustration av hur dragen betong mellan sprickor påverkar utbredningen av krökningen κ , och därmed även rotationen θ .



Figur 2.19 Schematisk illustration av hur dragen betong mellan sprickor påverkar utbredningen av krökningen κ , och därmed även rotationen θ . Baserad på Lozano och Makdesi (2017).

Vidhäftning mellan betong och armering

Vidhäftningen mellan betong och armering beskriver hur snabbt kraftöverföring kan ske från armering till betong, där en ökad vidhäftning medför att det krävs en kortare sträcka för att överföra kraft från armering till betong. Vidhäftningen är således också en viktig länk till ovanstående punkt om dragen betong mellan sprickor.

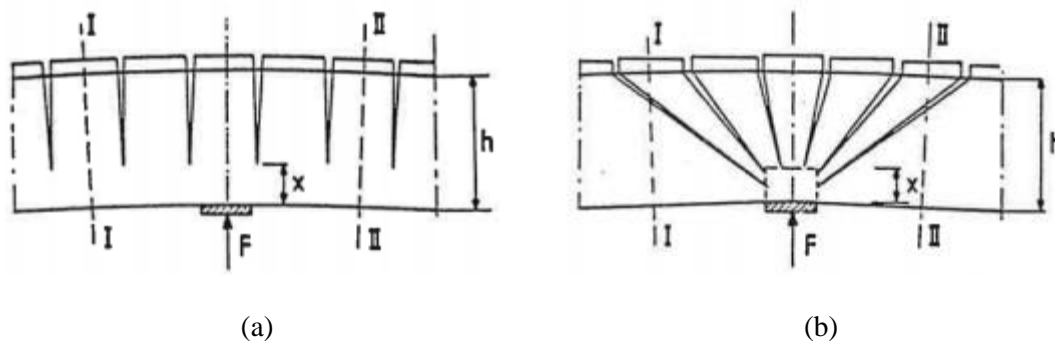
En ökad vidhäftning medför en ökad mängd sprickor. Med hänsyn till den resulterande plastiska rotationen är detta gynnsamt eftersom en stor mängd sprickor medför ett ökat antal områden (i samt direkt intill sprickor) som inte påverkas av den omgivande betongen. Sammantaget ger detta en ökad möjlighet till ett högt värde på effektiv armeringstjockning inom den plastiska ledens utbredning.

En ökad vidhäftning medför dock även att inverkan av dragen betong mellan sprickor ökar, dvs. en ökad vidhäftning har även en negativ effekt på den plastiska rotationskapaciteten. Samspelet mellan dessa båda effekter är komplext och det är inte alltid självklart vilken typ av vidhäftning som är mest gynnsam i en given situation. Optimalt hade varit att inledningsvis ha en hög vidhäftning – med syfte att skapa en stor mängd sprickor – och i ett senare skede av belastningen ha en låg vidhäftning – med syfte att minimera inverkan av dragen betong mellan sprickor.

Vidhäftningens storlek kan justeras på olika sätt, t.ex. via val av armeringsdimension – en liten armeringsdimension medför en hög vidhäftning per areaenhet medan en stor armeringsdimension har motsatt effekt. Andra sätt kan vara användandet av armering som naturligt har lägre vidhäftningsförmåga, t.ex. genom att använda slätstänger istället för kamstänger eller genom att neutralisera inverkan av armeringsstångens kammar genom att bitvis täcka stängen med omslutande plaströr, se t.ex. Köseoglu (2020) och Nozad och Steiner (2021).

Sprickbildning i form av böj- och skjuvsprickor

Baserat på punkter ovan har det framkommit att det för den plastiska rotationskapaciteten är gynnsamt med ett stort antal böjsprickor i den belastade strukturen. Närvaron av skjuvsprickor har en liknande inverkan men dessa kommer, via sin lutande form, även bidra ytterligare till att dragkraften i armeringen sprids över en ökad längd, se schematisk illustration i Figur 2.20. En jämförelse av denna effekt kan göras med den förskjutning av dragkraftsbehov i böjarmeringen som utgås ifrån vid dimensionering av armerade betongstrukturer, se t.ex. i Eurokod 2 (SIS, 2008) där en förskjutning på omkring $d/2$ (d = effektiv höjd) fås för en skjuvspricka med 45° lutning. Dessa effekter har studerats i exempelvis Dilger (1966) och Bachman (1967).



Figur 2.20 Schematisk illustration av (a) raka böjsprickor och (b) sneda skjuvsprickor. Baserat på CEB (1998) efter Bachman (1967).

Storlekseffekt – krossning av betong

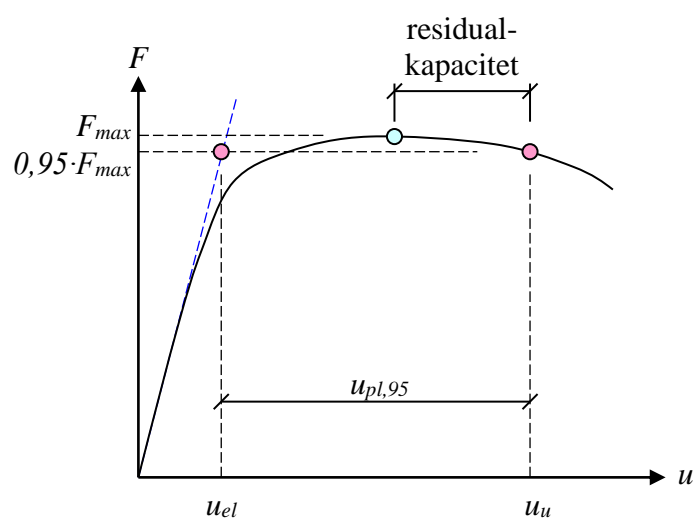
Det har i försök noterats att det finns en storlekseffekt på den plastiska rotationskapaciteten i armerade betongbalkar, se t.ex. Bigaj och Walraven (2002) och Carpentieri *et al.* (2009). Denna effekt har visat sig genom att den plastiska rotationskapaciteten minskar med ökande storlek på balken – en effekt som tillskrivs hur mjuknandet i betongens arbetskurva ser ut efter det att maximal tryckspänning har uppnåtts. Vid dimensionering av ett böjbelastat tvärsnitt enligt t.ex. Eurokod 2 (SIS, 2008) används en förenklad arbetskurva för att beskriva betongens respons i tryck, jämför Figur 2.11. I verkligheten kommer egenskaperna hos denna arbetskurva dock variera med strukturens storlek. Upp till maximal tryckhållfasthet är det samband som används det-samma men för att korrekt beskriva vad som händer därefter, dvs. i det skede som nås efter det att maximal tryckspänning uppnåtts och hållfastheten gradvis minskar med ökande töjningar, så fås en inverkan av strukturens storlek. En ökad storlek (tvärsnittshöjd) medför en ökad sprödhet i materialet (dvs. ökad hållfasthetsreduktion i den tryckta zonen), vilket gör att den plastiska rotationskapaciteten minskar.

Residualkapacitet bortom maximalt moment

Det koncept som presenteras i avsnitt 2.3.2 till 2.3.5 fångar enbart in den rotationskapacitet som uppnås fram till maximalt moment – orsakad antingen av att armeringen når sin maximala spänning vid en töjning ε_{su} eller att betongen i den yttersta fibern krossas när den når en töjning ε_{cu} . Detta är dock en starkt förenklad beskrivning av verkligheten eftersom rotationskapaciteten inte plötsligt kommer att falla till noll när detta inträffar. När armeringen når sin töjning ε_{su} kommer visserligen lastkapa-

capaciteten att minska men som framgår av Figur 2.10 så kvarstår det fortfarande en inte obetydlig töjningskapacitet innan armeringen helt slits av. För betongen fås på motsvarande sätt att tryckzonen pressas nedåt i tvärsnittet när töjning ε_{cu} nås i den yttersta fibern. Detta medför visserligen att den inre hävarmen z minskar, se Figur 2.8, men inte att lastkapaciteten blir helt uttömd. Det kan till och med bli så att tvärsnittet, via ökad töjning i dragarmeringen – och därmed ett ökat hårdnande – kan uppvisa en ökad eller i princip bibehållen momentkapacitet trots en minskad inre hävarm.

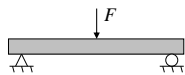
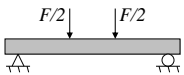
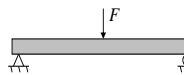
Både FKR och Eurokod, se bakgrund i avsnitt 2.3.7 och 2.3.8, utgår från att angiven rotationskapacitet erhålls vid maximal momentkapacitet. I Betonghandboken Konstruktion (Svensk Byggtjänst, 1990), dvs. de anvisningar som användes i Sverige innan Eurokod togs i bruk, baseras empiriska samband för rotationskapacitet dock på en lastkapacitet motsvarande 95 % av den maximala lasten, se schematisk illustration i Figur 2.21.



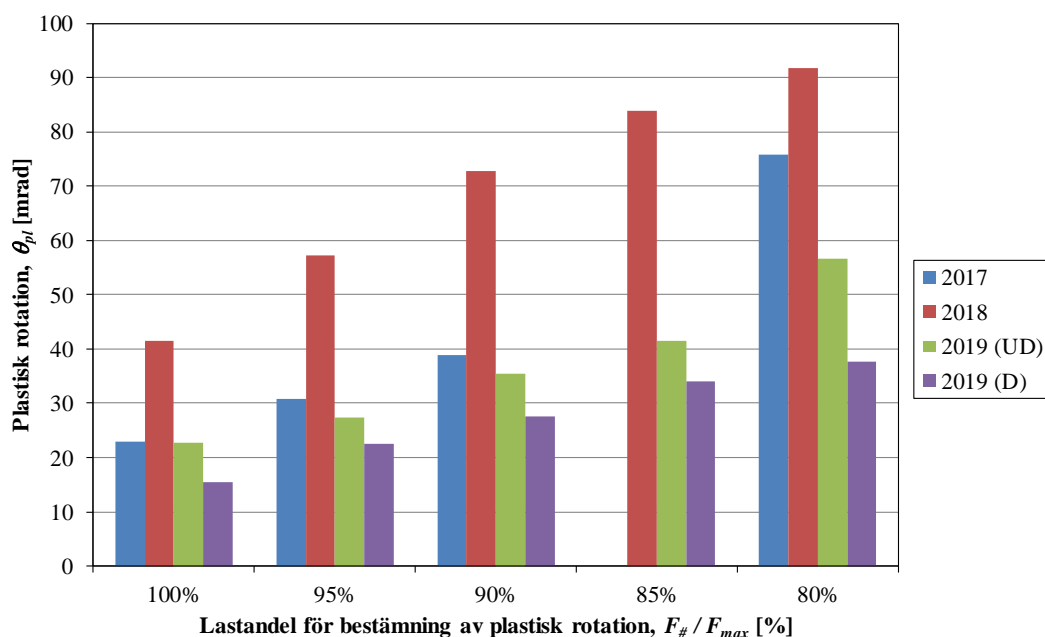
Figur 2.21 Schematisk illustration av hur rotationskapacitet bestäms ur last-deformationssamband i Betonghandboken Konstruktion (Svensk Byggtjänst, 1990).

Om ett koncept enligt Figur 2.21 används för att bestämma rotationskapaciteten så kan också ett betydande bidrag fås från residualkapaciteten. I jämförelser av balkförsök utsatta för 3- och 4-punktsböjning, utförda på Chalmers 2017-2019, har rotationskapaciteten från försök bestämts vid varierande nivåer av lastreduktion, se Tabell 2.8 för förutsättningar i dessa försök samt Figur 2.22 för en sammanställning av erhållna resultat. Av Figur 2.22 är det dels tydligt att momentfördelningen har en stor inverkan – balkar från 2018 belastades med 4-punktsböjning medan övriga balkar belastades med en punktlast i fältmitt, se Tabell 2.8 – dels att det finns en betydande residualkapacitet hos den plastiska rotationskapaciteten om deformation bortom maximal last också utnyttjas.

Tabell 2.8 Sammanställning av förutsättningar för balkförsök sammanställda i Figur 2.22. Baserat på Lozano och Makdesi (2017), Jönsson och Stenseke (2018) samt Andersson och Pettersson (2019).

Beteckning	2017	2018	2019 (UD)	2019 (D)
Lastuppställning				
l [m]	1,00	1,00	1,30	1,30
l_F [m]	0,50	0,35	0,65	0,65
ω_s [-]	0,10	0,12	0,12	0,14
f_u/f_y [-]	1,19	1,21	1,18	1,03
ε_{su} [‰]	108	106	94	58

Samtliga balkar hade samma tvärsnitt: 100 x 100 mm, 2 ϕ 6 + 2 ϕ 6 K500C. Sex (2017) eller tre (2018, 2019) balkar av varje typ testades. I försök utförda 2019 jämfördes inverkan av olika arbetskurvor för armeringen, varvid (UD) och (D) indikerar oskadad (*undamaged*) respektive skadad (*damaged*) armering – jämför värden på f_u/f_y samt ε_{su} för dessa försök. För samtliga balkar i de tre försöksserierna begränsades maximal lastkapacitet av krossning i betongen medan slutligt brott erhöles på grund av avsliten armering.



Figur 2.22 Jämförelse av hur rotationskapaciteten varierar vid varierande lastandel $F_{\#} / F_{max}$. Baserat på Lozano och Makdesi (2017), Jönsson och Stenseke (2018) samt Andersson och Pettersson (2019).

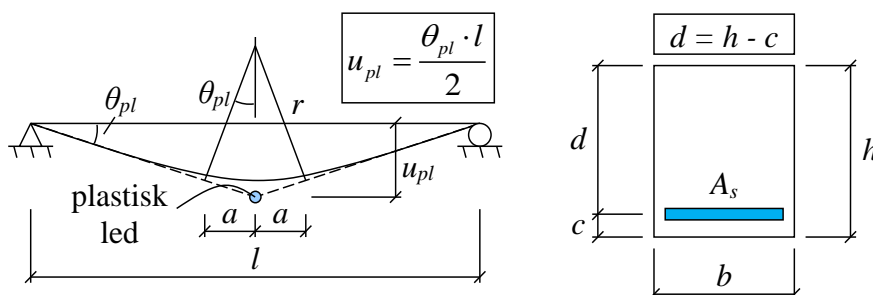
2.3.7 Bakgrund till FKR

Anvisningarna om tillåten plastisk deformationskapacitet i FKR har sitt ursprung från Bk 25, Fortifikationsförvaltningen (1973a, b). Dessa anvisningar är i sin tur framtagna utgående från anvisningar i Plem (1973) och för att förstå bakgrunden till FKR 2011 krävs därför även en återblick till denna referens.

I Bk 25 ges anvisningar om hur tillåten rotationskapacitet ska beräknas för en fritt upplagd respektive en kontinuerlig balk belastad med en kortvarig luftstötstång. För den fritt upplagda balken representeras flytleden av ett område med längden $2a$ som inom detta område kröks med en konstant krökningsradie r , se Figur 2.23. Det ansätts att

$$a = 0,5 \cdot d + 0,15 \cdot l \quad (2.56)$$

där d är tvärsnittets effektiva höjd och l är balkens längd.



Figur 2.23 Modell för rotationskapacitet hos plastisk led i fritt upplagd balk.

I denna modell fås den plastiska rotationskapaciteten θ_{pl} som

$$\theta_{pl} = \frac{a}{r} = \kappa \cdot a \quad (2.57)$$

där a är den plastiska ledens utbredning och krökningsradien är omvänt proportionell mot krökningen, dvs. $\kappa = 1 / r$. Utgående från Figur 2.2 kan krökningen skrivas som

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_{su}}{d - x} \quad (2.58)$$

där ε_{cu} är betongens brotttöjning, ε_{su} är stålets medeltöjning över sträckan a , och x samt d är tvärsnittets tryckzonshöjd respektive effektiva höjd. Som brottkriterium fås antingen att betongen krossas eller att armeringen slits av när de når töjningen ε_{cu} respektive ε_{su} och detta är således samma uttryck som visas i ekvation (2.28).

Via en horisontell kraftjämvikt av tvärsnittet i Figur 2.2 kan det visas att

$$\frac{x}{d} = \frac{\omega_s}{0,8} \quad (2.59)$$

varvid ekvation (2.58) kan skrivas om som

$$\kappa = \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{cu}}{d \cdot \omega_s} = \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{su}}{d \cdot (0,8 - \omega_s)} \quad (2.60)$$

vilken är den form på krökningen som inledningsvis används i Bk 25 för att beskriva krökningen, jämför ekvation (2.10) till (2.13).

I Plem (1973) utgås från den första delen i ekvation (2.58) och där anges att den plastiska rotationskapaciteten kan uppskattas som

$$\theta_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_{III}} \cdot a \quad (2.61)$$

där ε_{cu} är betongens brottöjning i tryck, x_{III} är tryckzonshöjd i brottstadiet (stadium III) och a är en fiktiv flytleddslängd. Betongens brottöjning beskrivs i sin tur på formen

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_0 \cdot (1 + \beta \cdot \rho_v) \quad (2.62)$$

där ε_0 och β är konstanter som väljs baserat på empiriska data från försök på plastisk rotationskapacitet och ρ_v är andel bygelarmering. I Plems studie konstaterades att $\varepsilon_0 = 3,47 \text{ ‰}$ och $\beta = 236$ gav bästa resultat jämfört med försök samt att en reduktion till $\varepsilon_0 = 2,00 \text{ ‰}$ medförde att rotationskapaciteten för samtliga underliggande försöksdata (totalt 90 objekt) uppskattades på säker sida.

Baserat på detta föreslog Plem slutligen att betongens brottöjning uppskattas som

$$\varepsilon_{cu} = 0,002 \cdot (1 + 250 \cdot \rho_v) \quad (2.63)$$

Storleken på den fiktiva flytleddslängden a kan enligt Plem beräknas som

$$a = \min \begin{cases} 0,5 \cdot d + a_{90} \\ a_{80} \end{cases} \quad (2.64)$$

där d är effektiv höjd och a_{90} samt a_{80} är sträckan mellan plastisk led och den koordinat i balken i vilket momentet är $0,90 \cdot M_u$ respektive är $0,80 \cdot M_u$. Plastisk rotationskapacitet fås därefter som

$$\theta_u = \kappa_u \cdot a \quad (2.65)$$

där den maximala krökningen beräknas som

$$\kappa_u = \min \begin{cases} \frac{\varepsilon_{cu}}{x_{III}} \\ \frac{\varepsilon_{su}}{d - x_{III}} \end{cases} \quad (2.66)$$

Här gäller att ε_{cu} och ε_{su} är brottöjning i betong respektive armering, x_{III} är tryckzonshöjd i brottstadium (stadium III) och d är effektiv höjd, se Figur 2.2 för tillhörande tvärsnittsanalys.

Ovanstående resonemang är i flera delar mycket likt det som presenteras i avsnitt 2.3.1 till 2.3.5 i detta dokument. Definitionen på a_{90} och a_{80} liknar den för längden l_{pl} hos en utbredd plastisk led i avsnitt 2.3.3, jämför illustration av l_{pl} i Figur 2.9. Vidare fås av ekvation (2.31) att $\eta_M = M_y / M_u$, vilket medför att $a_{90} = l_{pl}$ när

$$\eta_M = \frac{1}{0,90} = 1,11 \quad (2.67)$$

och $a_{80} = l_{pl}$ fås när

$$\eta_M = \frac{1}{0,80} = 1,25 \quad (2.68)$$

Avsikten med rådande anvisning i FKR är att beskriva situationen för en balk eller en enkelspänd plattstrimla utsatt för en explosionslast, vilket har approximerats som en

jämnt utbredd last. Insatt i ekvation (2.45) fås då för en fritt upplagd balk att $a_{90} = 0,158 \cdot l$ och $a_{90} = 0,224 \cdot l$, varvid ekvation (2.64) kan skrivas om som

$$a = \min \begin{cases} 0,5 \cdot d + 0,158 \cdot l \\ 0,224 \cdot l \end{cases} \quad (2.69)$$

Detta samband kan jämföras med uttrycket i Bk 25 (och därmed även FKR) där a anges som

$$a = 0,5 \cdot d + 0,15 \cdot l \quad (2.70)$$

För en fast inspänd balk ($\alpha = 1,0$ antas) utsatt för en jämnt utbredd last fås i stöd, via ekvation (2.44), att

$$a = \min \begin{cases} 0,5 \cdot d + 0,015 \cdot l \\ 0,029 \cdot l \end{cases} \quad (2.71)$$

Detta kan jämföras med uttrycket i Bk25 där a anges som

$$a = 0,5 \cdot d + 0,1 \cdot l_1 \quad (2.72)$$

varvid l_1 är balkens skjuvspännvidd definierad som

$$l_1 = \frac{M_s}{V_s} \quad (2.73)$$

och M_s samt V_s är moment respektive tvärkraft vid stöd. För en fast inspänd balk med stödmoment M_s och fältmoment M_f kan det visas att detta uttryck kan skrivas om som

$$l_1 = \frac{M_s}{M_s + M_f} \cdot \frac{l}{4} = \left[\alpha = \frac{M_s}{M_f} \right] = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \cdot \frac{l}{4} \quad (2.74)$$

För ett fall där $\alpha = 1,0$ fås då att $l_1 = 0,125 \cdot l$ varvid ekvation (2.72) slutligen kan skrivas som

$$a = 0,5 \cdot d + 0,0125 \cdot l \quad (2.75)$$

Dvs. i både fält och stöd utgår uttrycket i FKR för längden på den plastiska leden a från det övre sambandet i ekvation (2.69) och ekvation (2.71) – i båda fallen med en smärre justering nedåt, sannolikt för att erhålla ett enklare uttryck. För att det undre sambandet i dessa båda uttryck inte ska vara dimensionerande krävs dock att

$$0,5 \cdot d + 0,15 \cdot l \leq 0,224 \cdot l \rightarrow \frac{l}{d} \geq \frac{0,5}{0,224 - 0,150} = 6,8 \quad (2.76)$$

för fiktiv plastisk led i fält och

$$0,5 \cdot d + 0,0125 \cdot l \leq 0,029 \cdot l \rightarrow \frac{l}{d} \geq \frac{0,5}{0,029 - 0,0125} = 30 \quad (2.77)$$

för fiktiv plastisk led i stöd. Här bedöms att en kvot $l/d \approx 10-20$ utgör ett vanligt förekommande förhållande och med detta som utgångspunkt kan konstateras att kriteriet i ekvation (2.76) uppfylls medan så inte är fallet i ekvation (2.77)⁹.

⁹ Sannolikt har man vid framtagandet av uttryck i Bk 25 varit medveten om denna avvikelse men valt att bortse från detta och istället valt att enbart basera sina anvisningar på det övre sambandet i

Utgående från längden på den fiktiva plastiska leden a beräknas i Bk 25 och FKR den plastiska rotationskapaciteten i enlighet med ekvation (2.65). Det ska dock noteras att detta samband innehåller två viktiga avsteg jämfört med det koncept som presenteras i avsnitt 2.3.1 till 2.3.5:

- I Bk 25 likställs plastisk krökning med den totala krökningen, dvs. $\kappa_{pl,u} = \kappa_{tot}$, vilket innebär att någon reduktion med hänsyn till elastisk krökning κ_{el} inte görs – jämför med ekvation (2.27).
- I Bk 25 förutsätts att full plastisk krökning råder över hela den fiktiva flytleden a – så är dock inte fallet, se Figur 2.16 i avsnitt 2.3.5 där det framgår att den plastiska krökningen varierar inom detta område.

Båda dessa avsteg resulterar i en överskattning av plastisk rotationskapacitet. Av Plem (1973) framgår att den första avvikelserna är ett medvetet val men att detta hantades genom val av värde på konstanten ε_0 . Den andra avvikelserna kommenteras dock inte alls av Plem, varför det är oklart vilket resonemang som förts. Även där är det dock rimligt att anta att Plem ansett att en eventuell avvikelse hanteras via val av värde på ε_0 .

Det är även viktigt att notera att de samband som används i FKR, se ekvation (2.70) och (2.72) för fält respektive stöd, förutsätter en situation där momentkvoten $\eta_M = 1,11$ antas, se ekvation (2.67), samt att en ökning av den plastiska ledens längd har gjorts med en term $0,5 \cdot d^{10}$. För andra förutsättningar än $\eta_M = 1,11$ gäller således inte det aktuella sambandet. Om kvoten η_M ändras fås en justering av den plastiska utbredningslängden l_{pl} i enlighet med Fall 1 i Figur 2.17, vilket innebär att sambandet är på osäker sida om $\eta_M < 1,11$. Vidare kan eventuellt användandet av termen $0,5 \cdot d$ för plastisk led i fält ifrågasättas – vid jämnt utbredd last är tvärkraften i detta område låg varför förekomsten av sneda skjvsprickor också kommer vara starkt begränsad.

Av Plem (1973) framgår det inte vilken momentkvot η_M som har rått för de försök som har ingått i utvärderingen av föreslaget samband. Med tanke på att studien är utförd 1973 förefaller det dock sannolikt att η_M har varit hög, förmodligen märkbart högre än de 1,11 som förutsatts vid bestämning av längden a_{90} , se ekvation (2.67). Det är därför inte orimligt att tro att Plems uppskattning av effektiv flytlängd a är alltför liberal och att den därför kan vara riskfylld att använda för en konstruktion där η_M faktiskt befinner sig i storleksordningen 1,1¹¹.

Den armeringstyp, klass C, som normalt används som slakarmering i Sverige idag, har en spänningskvot på $\eta_f \geq 1,15$, se Tabell 2.1. Detta medför att det även kan förväntas att momentkvoten $\eta_M \approx 1,15$, se avsnitt 2.3.4, vilket således också innebär att längden

ekvation (2.64). Beaktat vad som påtalas om gynnsam effekt av sneda skjvsprickor i avsnitt 2.3.6 förefaller detta också vara ett tämligen rimligt förfarande för plastisk led i stöd.

¹⁰ Tilläggstermen $0,5 \cdot d$ har ett oklart ursprung – Plem (1973) förklarar inte bakgrunden utan hänvisar i sin tur till en tidigare amerikansk studie – men kan eventuellt vara kopplad till gynnsam inverkan av sneda självsprickor, se avsnitt 2.3.6. Här görs inga vidare försök att finna termens ursprung.

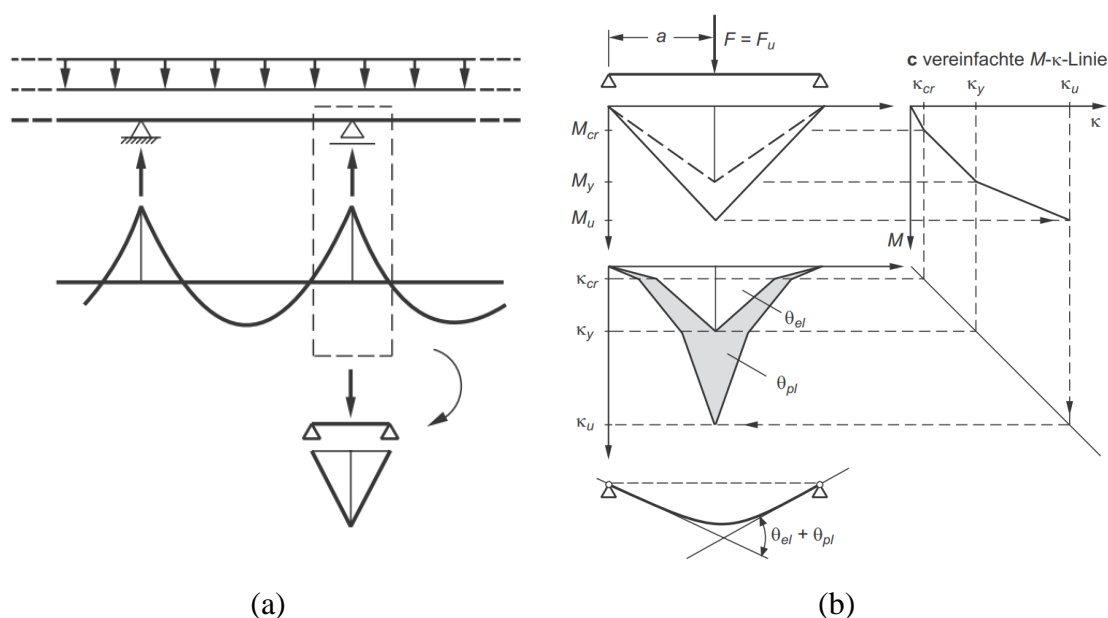
¹¹ För segare armering, vilket resulterar i att η_M uppgår till 1,2 eller mer, är detta dock sannolikt inget problem. Dvs. för den armering (Ks40) som var vanligt förekommande i Sverige när Bk 25 skrevs så medför användandet av Plems anvisningar sannolikt inte något problem. I och med att denna armeringstyp dock fasades ut i mitten av 1990-talet, i samband med införandet av BBK 94 (Boverket, 1994), så finns risk att strukturer uppförda med den därvid mindre sega armering (klass B och C) inte alltid kan leva upp till de förväntningar som ställs på den avseende plastisk rotationskapacitet.

a enligt Plem riskerar att vara för hög utgående från dagens armeringssituation. För att hantera detta föreslås därför att plastisk rotationskapacitet istället bestäms utgående från en plastisk krökning enligt ekvation (2.27) samt en ekvivalent flytleddslängd a_{pl} enligt avsnitt 2.3.5, dvs. i enlighet med vad som anges i ekvation (2.37).

2.3.8 Bakgrund till Eurokod 2

I Eurokod 2 presenteras en modell för bestämning av rotationskapacitet. En jämförelse av denna och, bland annat, metod enligt Bk 25 presenteras i Johansson och Rempling (2016) för en fritt upplagd balk, varvid det konstateras att rotationskapacitet enligt Eurokod 2 är märkbart lägre än vad som uppskattas enligt Bk 25. I syfte att finna klarhet i denna observerade skillnad belyses i detta avsnitt därför bakgrunden till Eurokod 2.

Av exempelvis Zilch och Zehetmaier (2010) framgår att Eurokod utgår från en kontinuerlig balk utsatt för en jämnt utbredd last, se Figur 2.24a. Utgående från en sådan lastsituation studeras den plastiska rotationen vid stödmomentet, varvid denna lastsituation approximeras att motsvara den hos en fritt upplagd balk utsatt för en punktlast i balkmitt, dvs. samma lastfall som illustreras i Fall 3 i Figur 2.14. Baserat på detta beräknas ett moment-krökningssamband, där inverkan av stadium I ($M \leq M_{cr}$), stadium II ($M_{cr} \leq M \leq M_y$) och stadium III ($M_y \leq M \leq M_u$) beaktas, varvid den plastiska rotationen θ_{pl} kan beräknas som skillnaden i total plastisk rotation vid moment M_u respektive M_y , se schematisk illustration i Figur 2.24b. Det ska noteras att den plastiska rotationen här mäts som rotationen över en tvåsidig led, jämför Figur 2.1. Denna definition skiljer sig således mot den som används för plastisk rotations i t.ex. Bk 25 (och därmed FKR) och allt annat lika medför detta att $\theta_{pl,EK} = 2 \cdot \theta_{pl,FKR}$.



Figur 2.24 Bakgrund till plastisk rotationskapacitet i Eurokod 2 SIS (2008): (a) Bakomliggande lastfall, (b) moment-krökningssamband $M(\kappa)$ samt plastisk rotationskapacitet θ_{pl} . Från Zilch och Zehetmaier (2010).

Det framgår inte av Zilch och Zehetmaier men information från CEB (1998) indikerar att uttryck för rotationskapacitet i Eurokod 2 baseras på en arbetskurva som är mer

komplex än den förenklade bilinjära kurva som anges Figur 2.10c. Istället är det troligt att en flerlinjär arbetskurva används som både beaktar närvaron av en eventuell flytplata och ett parabelformat hårdnande motsvarande det som visas i Figur 2.10a.

I Eurokod 2 används ett grafiskt samband mellan plastisk rotation θ_{pl} och kvoten x/d , där x är tryckzonshöjd i brottstadium och d är effektiv höjd. Bakgrunden till detta samband anges inte i Eurokod 2 men enligt Zilch *et al.* (2010) härrör det från ekvationer enligt nedan. Den plastiska rotationskapaciteten beräknas då som

$$\theta_{pl} = \beta_n \cdot \beta_s \cdot \frac{\varepsilon_{su}^* - \varepsilon_{sy}}{1 - \xi_d} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{3}} \quad (2.78)$$

där

$$\varepsilon_{su}^* = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,28 \cdot (\beta_c \cdot \xi_d)^{0,2} \cdot \varepsilon_{su} \\ 1,75 \cdot \xi_d^{2/3} \cdot \left(\frac{1}{\xi_d} - 1 \right) \cdot \varepsilon_{cu} \end{array} \right. \quad (2.79)$$

anger maximal armeringstjorning med hänsyn till brotttjorning i armering (övre samband) respektive i betong (nedre samband) och

$$\xi_d = \frac{x}{d} \quad (2.80)$$

Vidare gäller att $\beta_n = 22,5$, att

$$\beta_s = 1 - \frac{f_y}{f_u} \quad (2.81)$$

samt att

$$\beta_c = \frac{3,5\text{‰}}{\varepsilon_{cu}} \quad (2.82)$$

Slutligen beskriver λ en slankhet baserad på sträckan mellan momentnollpunkt och plastisk led – betecknad med a i Figur 2.24b och med l_0 i Figur 2.1 (vilket används här) – och den effektiva höjden d som

$$\lambda = \frac{l_0}{d} \quad (2.83)$$

För aktuellt lastfall, dvs. en kontinuerlig balk utsatt för en jämnt utbredd last enligt Figur 2.24a, anges att sträckan l_0 vid stöd approximativt kan beräknas som

$$l_0 \approx \frac{M_s}{V_s} \quad (2.84)$$

där M_s och V_s är moment respektive tvärkraft vid stöd. Detta är samma uttryck som används i Bk 25, se ekvation (2.73), vilket innebär att det grundläggande konceptet med lastkonfiguration som används i Eurokod 2 och Bk 25 är desamma för plastisk rotation i stöd.

Övre termen i ekvation (2.79) innebär att $\varepsilon_{su}^* / \varepsilon_{su} \approx 0,30-0,45$, där en högre kvot fås för ett högre värde på x/d , dvs. en ökad armeringsmängd medför att en ökad armeringstjorning kan tillgodoräknas för beräkning av plastisk rotationskapacitet θ_{pl} . Detta

kan eventuellt vara en effekt av att en högre armeringsmängd minskar effekten av dragen betong mellan sprickor.

Utgående från ekvation (2.78) och (2.83) kan det konstateras att den plastiska rotationskapaciteten i Eurokod 2 är proportionell mot roten ur längden l_0 , dvs.

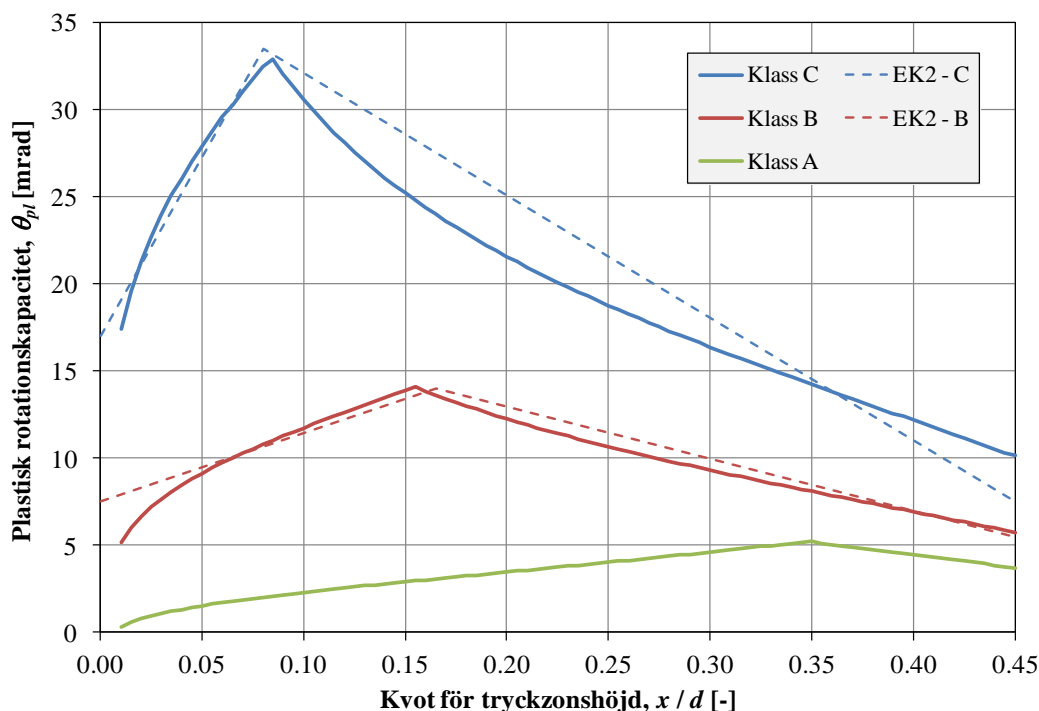
$$\theta_{pl,EK} \propto \sqrt{l_0} \quad (2.85)$$

medan den i Bk25, utgående från ekvation (2.65) och (2.72), istället är proportionell mot en längd beroende av d och l_0 , dvs.

$$\theta_{pl,Bk} \propto 0,5 \cdot d + 0,1 \cdot l_0 \quad (2.86)$$

Orsaken till denna skillnad är oklar och är inte något som närmare undersökts i denna rapport.

Trots de skillnader som, jämfört med Bk 25, kan noteras i Eurokods samband för plastisk rotationskapacitet θ_{pl} , så är det av intresse att undersöka den inverkan som fås på grund av varierande armeringsegenskaper. Utgående från uttryck i ekvation (2.78) är det också möjligt att göra en sådan jämförelse.

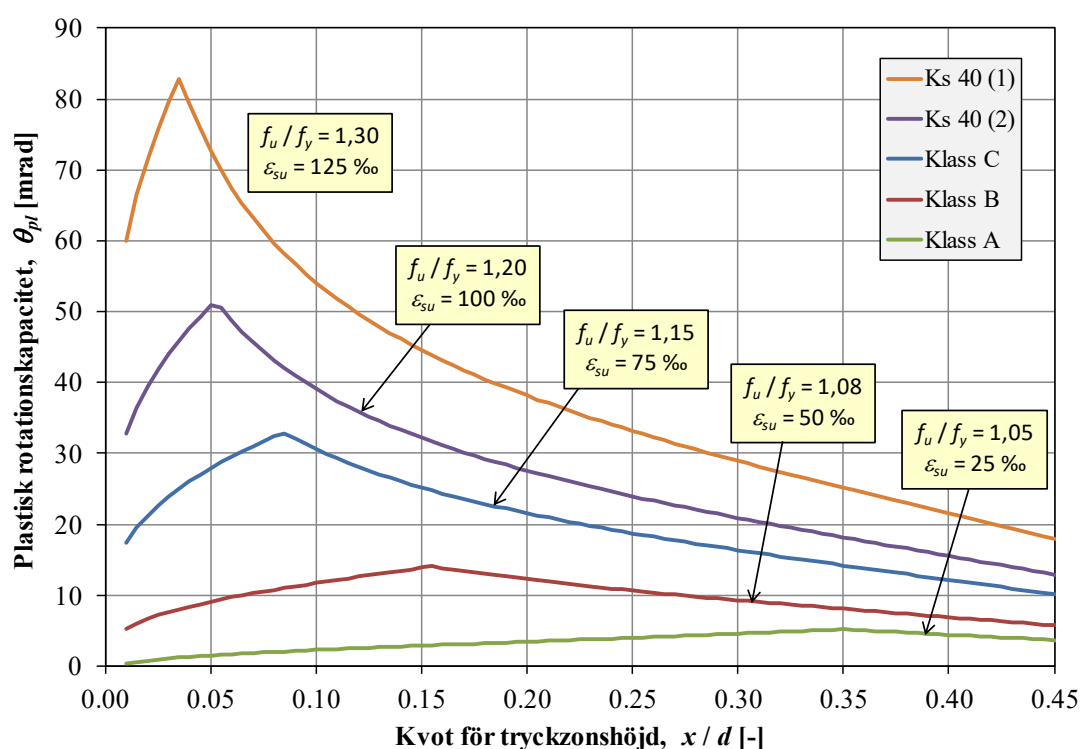


Figur 2.25 Jämförelse av samband för plastisk rotationskapacitet enligt Eurokod 2, SIS (2008), och ekvation (2.78). Jämförelse görs för armering av Klass A (tillåts ej i Eurokod 2), B och C enligt Tabell 2.1 och gäller för en situation där $\lambda = 3,0$.

I Figur 2.25 visas en jämförelse av samband för plastisk rotationskapacitet θ_{pl} enligt Eurokod 2 och ekvation (2.78) för armering med egenskaper motsvarande Klass A, B och C enligt Tabell 2.1. För Klass B och C kan noteras att det finns en betydande likhet mellan de linjära samband (streckade linjer) som ges i Eurokod 2 och de olinjära samband (heldragna linjer) som fås via ekvation (2.78). För armering av Klass A tillåts inga plastiska rotationer i Eurokod 2, varför någon jämförelse med denna inte är möjligt. Det är dock värt att notera att jämförelsen indikerar att denna armering av Klass A, överlag, resulterar i en låg plastisk rotationskapacitet.

Maximalt värde $\theta_{pl,max}$ på plastisk rotationskapacitet fås för det värde $\xi_d = \xi_{d,bal}$ som medför att de två sambanden i ekvation (2.79) blir lika stora. Om $\xi_d < \xi_{d,bal}$ begränsas θ_{pl} av armeringens brotttöjning ε_{su} men om $\xi_d > \xi_{d,bal}$ är det istället betongens brotttöjning ε_{cu} som begränsar θ_{pl} .

I Figur 2.26 har jämförelsen i Figur 2.25 byggts ut med två ytterligare armeringstyper – här benämnda som Ks 40 (1) och Ks 40 (2). Armering av typ Ks 40 var vad som vanligen användes i Sverige fram till mitten av 1990-talet och den uppvisade betydligt högre seghetsegenskaper än nuvarande armering av Klass A till C som utgår ifrån i Eurokod 2. För Ks 40 angavs dock aldrig några karakteristiska egenskaper på brottspänning f_u eller brotttöjning ε_{su} , på det sätt som görs i Tabell 2.1 för armering av klass A, B och C. Baserat på erfarenhet, se Johansson (1997), har i här utförd jämförelse värden på dessa egenskaper dock antagits. Antagna seghetsegenskaper för Ks 40 (1) bedöms vara representativa för Ks 40 medan värden för Ks 40 (2) bedöms utgöra konservativa val.



Figur 2.26 Jämförelse av plastisk rotationskapacitet enligt ekvation (2.78) för armering med varierande seghetsegenskaper. Presenterade samband gäller för en situation där $\lambda = 3,0$.

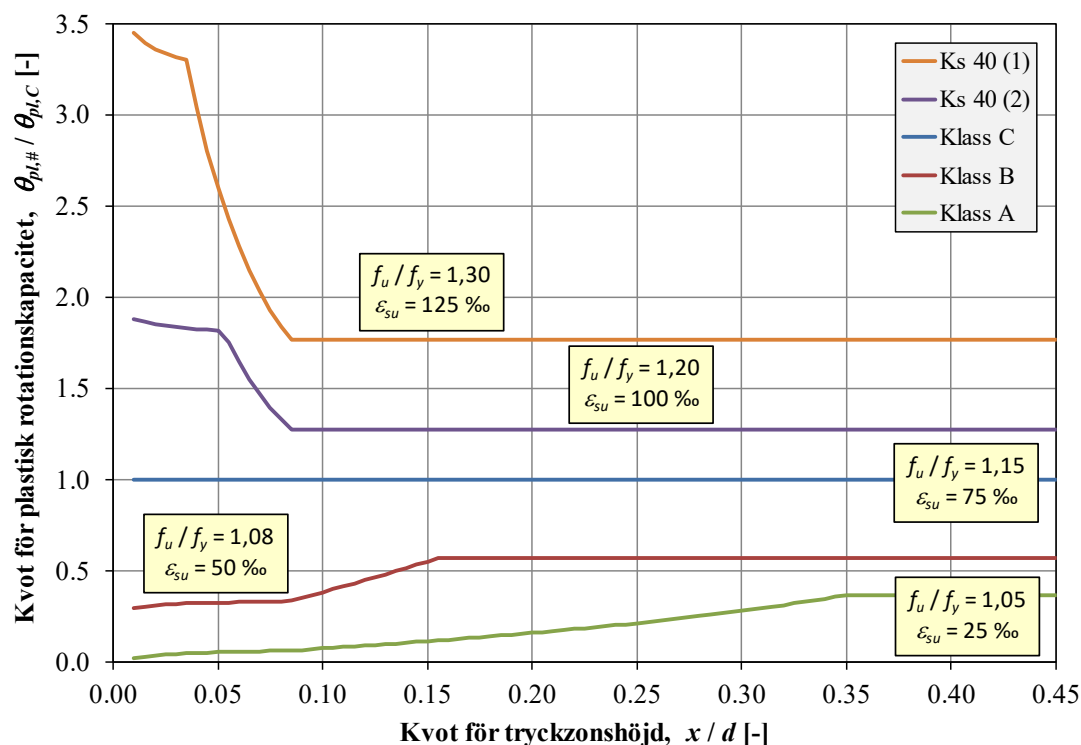
I Figur 2.27 presenteras kvoten

$$\eta_{\theta} = \frac{\theta_{pl,\#}}{\theta_{pl,C}} \quad (2.87)$$

där $\theta_{pl,\#}$ och $\theta_{pl,C}$ är plastisk rotationskapacitet för armering # respektive armering av klass C enligt Figur 2.26. Av denna jämförelse framgår att ansatta seghetsegenskaper för armering Ks 40 resulterar i en plastisk rotationskapacitet som huvudsakligen är omkring en faktor 1,3-1,8 gånger större än den som fås för armering av klass C, där den senare utgör den segaste armeringskvaliteten enligt Eurokod 2. Vid låga värden på kvoten x/d , när armeringens brotttöjning begränsar rotationskapaciteten, ökar

kvoten η_θ ytterligare till som mest omkring 1,9-3,5. Av samma jämförelse kan även noteras att skillnaden i plastisk rotationskapacitet mellan armering av Klass B och C, samt av Klass A och C, uppgår till en faktor varierande mellan omkring 0,30-0,56 respektive 0,01-0,36.

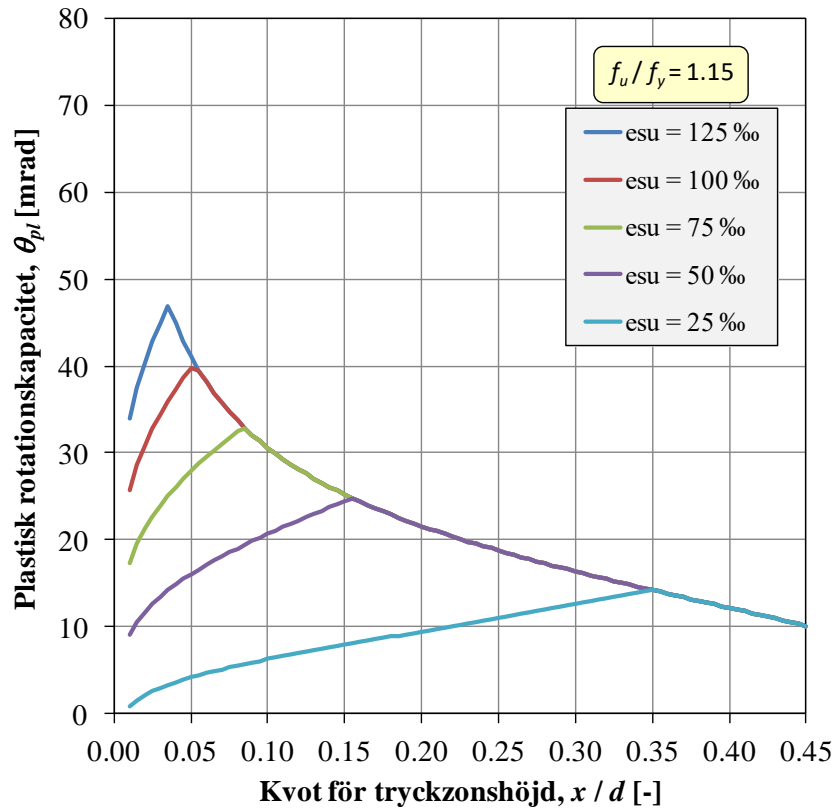
Det kan poängteras att eftersom karakteristiska data saknas för arbetskurva tillhörande Ks 40 så är utförd jämförelse något osäker. Sammantaget indikerar Figur 2.27 dock dels att val av armeringsklass har en betydande inverkan på den plastiska rotationskapaciteteten, dels att den armering som används i Sverige idag (dvs. Klass A, B och C) potentiellt resulterar i märkbart lägre rotationskapaciteter än den armering av typ Ks 40 som användes i Sverige fram till mitten av 1990-talet.



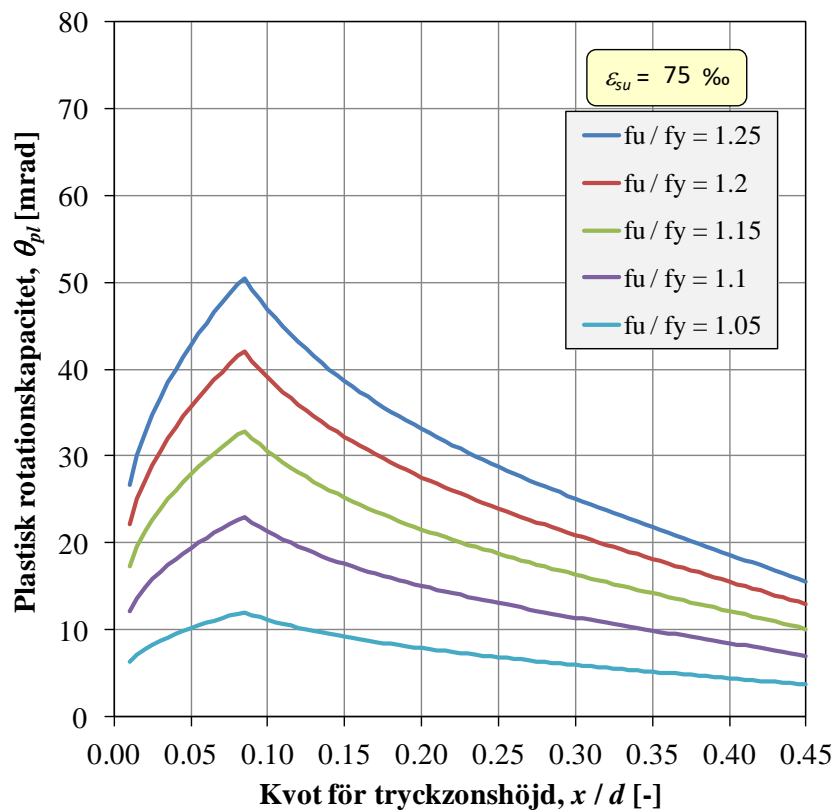
Figur 2.27 Jämförelse av kvot η_θ , se ekvation (2.87), för plastisk rotationskapacitet för armering med varierande seghetsegenskaper enligt Figur 2.26.

I Figur 2.28 visas inverkan på plastisk rotationskapacitet θ_{pl} , enligt ekvation (2.67), när brottöjningen $\epsilon_{su} = 25-125$ ‰ och spänningskvoten fixeras till $f_u / f_y = 1,15$. Av detta syns att samtliga samband är identiska för värden på x / d som befinner sig till höger om $\theta_{pl,max}$, dvs. när betongens brottöjning begränsar storleken på den plastiska rotationskapaciteteten. För värden på x / d till vänster om $\theta_{pl,max}$ fås dock samband som varierar med armeringens brottöjning, varvid en ökad brottöjning resulterar i en ökad plastisk rotationskapacitet.

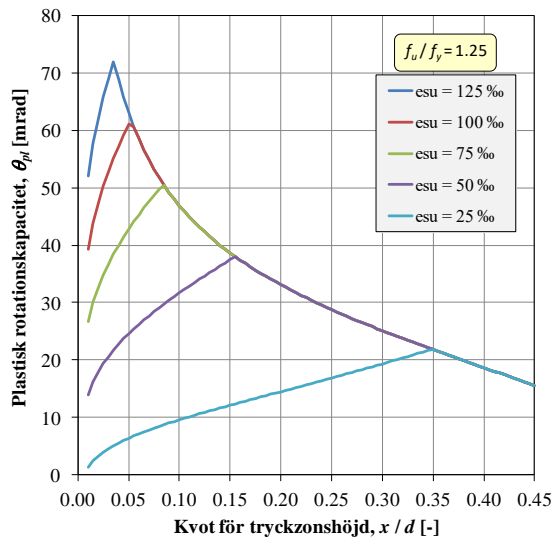
I Figur 2.29 görs en liknande sammanställning baserat på ekvation (2.67) men här har istället armeringens brottöjning fixerats till $\epsilon_{su} = 75$ ‰ medan spänningskvoten varierar till $f_u / f_y = 1,05-1,25$. Detta medför att den plastiska rotationen är olika för samtliga värden på x / d men att maximal plastisk rotationskapacitet $\theta_{pl,max}$ uppnås vid samma värde på denna kvot. Som komplettering till Figur 2.28 och Figur 2.29 visas i Figur 2.30 och Figur 2.31 motsvarande samband men för andra fixerade värden på spänningskvoten f_u / f_y respektive brottöjningen ϵ_{su} . I dessa fås också samma konceptuella utseende som visas i Figur 2.28 och Figur 2.29.



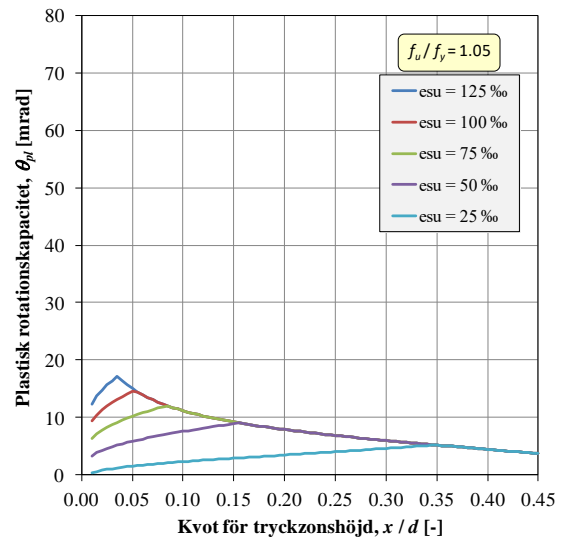
Figur 2.28 Inverkan på plastisk rotationskapacitet θ_{pl} , enligt ekvation (2.67), av varierande brottöjning ϵ_{su} när spänningkvoten $f_u/f_y = 1,15$.



Figur 2.29 Inverkan på plastisk rotationskapacitet θ_{pl} , enligt ekvation (2.67), av varierande spänningkvot f_u/f_y när brottöjningen $\epsilon_{su} = 75\%$.

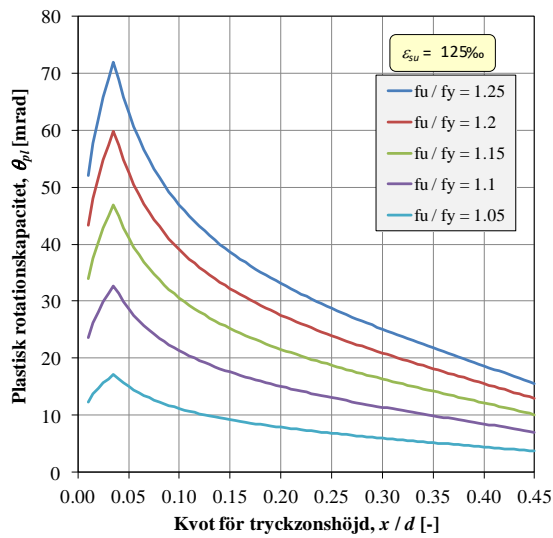


(a)

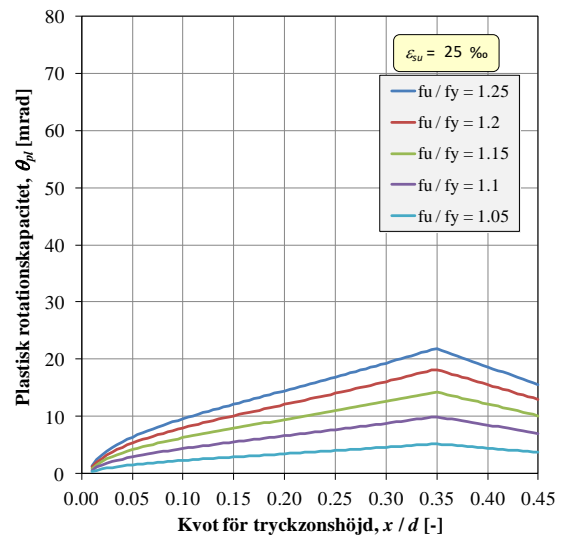


(b)

Figur 2.30 Inverkan på plastisk rotationskapacitet θ_{pl} , enligt ekvation (2.67), av varierande brotttöjning ϵ_{su} när spänningskvoten (a) $f_u/f_y = 1,25$ och (b) $f_u/f_y = 1,05$.



(a)



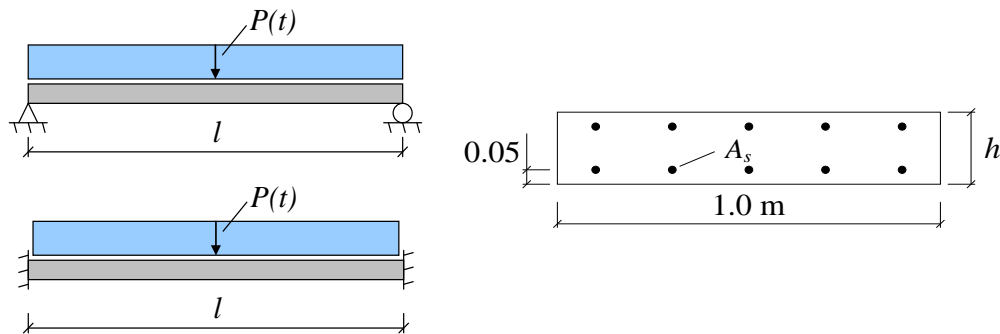
(b)

Figur 2.31 Inverkan på plastisk rotationskapacitet θ_{pl} , enligt ekvation (2.67), av varierande spänningskvot f_u/f_y när brotttöjning (a) $\epsilon_{su} = 125$ ‰ och (b) $\epsilon_{su} = 25$ ‰.

2.4 Fallstudier

2.4.1 Metod

Med avsikt att illustrera likheter och skillnader mellan FKR och andra regelverk har plastisk deformationsförmåga hos en fritt upplagd samt en fast inspänd strimla i en tvåsidigt upplagd platta av armerad betong studerats, se Figur 2.32 för schematisk beskrivning av lastvillkor, randvillkor, geometri samt armeringskonfiguration.



Figur 2.32 Lastvillkor, geometri och armeringskonfiguration för fritt upplagd samt fast inspänd plattstrimla hos en tvåsidigt upplagd platta.

Ett basfall definierades och en parameterstudie utfördes utifrån detta genom att variera en parameter åt gången. Varierade parametrar var (värden i basfall är understruken):

- Betongkvalitet [C25/30, C50/60]
 - Tryckhållfasthet, f_{ck} : [25, 50] MPa
 - Elasticitetsmodul, E_c : [30, 37] GPa
- Plattjocklek, h : [250, 500] mm
- Spännvidd, l : [2,5, 5,0] m
- Armeringsmängd, ρ : [0,1-1,5] %

Armeringen antogs utgöras av klass C enligt Eurokod 2 med följande egenskaper:

- Flytspänning, f_y : 500 MPa
- Brottspänning, f_u : 575 MPa ($\eta = 1,15$)
- Armeringens medeltöjning i plastisk led (ansatt värde, används enbart i FKR), $\epsilon_{su} = 30$ %

I de jämförelser som presenteras här har värden enligt UFC and Cormie *et al.* givits för två tvärsnittstyper (I and II), se Johansson och Rempling (2016), medan FKR och Eurokod 2 presenteras med en tvärsnittstyp var. Den huvudsakliga skillnaden mellan tvärsnittstyp I och II är att den senare förutsätts vara utformad med slutna byglar.

I Johansson och Rempling (2016) presenteras motsvarande jämförelse av deformationsförmåga för en fritt upplagd plattstrimla men där begränsas den maximala armeringsmängden till ett värde på 0,5 %. I här utförd studie har ett syfte dock varit att undersöka effekten av en ökad armeringsmängd (upp till 1,5 %) och därför repeteras delvis tidigare redovisade resultat. Jämförelse görs för rotationskapaciteten i fält för en fritt upplagd plattstrimla samt för rotationskapaciteten i stöd för en fast inspänd plattstrimla när $\alpha = M_s / M_f = 1,0$, se avsnitt 2.4.2.

I Johansson och Rempling (2016) presenteras enbart en jämförelse av den plastiska deformationsförmågan. Eftersom denna storhet i sig dock enbart är ett delmål, med avsikt att beskriva konstruktionens totala energiupptagningsförmåga, så redovisas här även plattstrimlans plastiska energiupptagningsförmåga $W_{i,pl}$, se avsnitt 2.4.3. För de förenklade samband som används i aktuella regelverk beräknas den plastiska energiupptagningsförmågan som

$$W_{i,pl} = \int_{u_{el}}^{u_{el}+u_{Rd}} R_{Rd}(u) du = R_{Rd} \cdot u_{Rd} \quad (2.88)$$

där R_{Rd} är plattstrimlans maximala lastkapacitet och u_{Rd} är tillhörande plastiska deformationsförmåga. Plattstrimlans totala plastiska energiupptagningsförmåga kan där- efter beräknas som

$$W_{i,tot} = W_{i,el} + W_{i,pl} \quad (2.89)$$

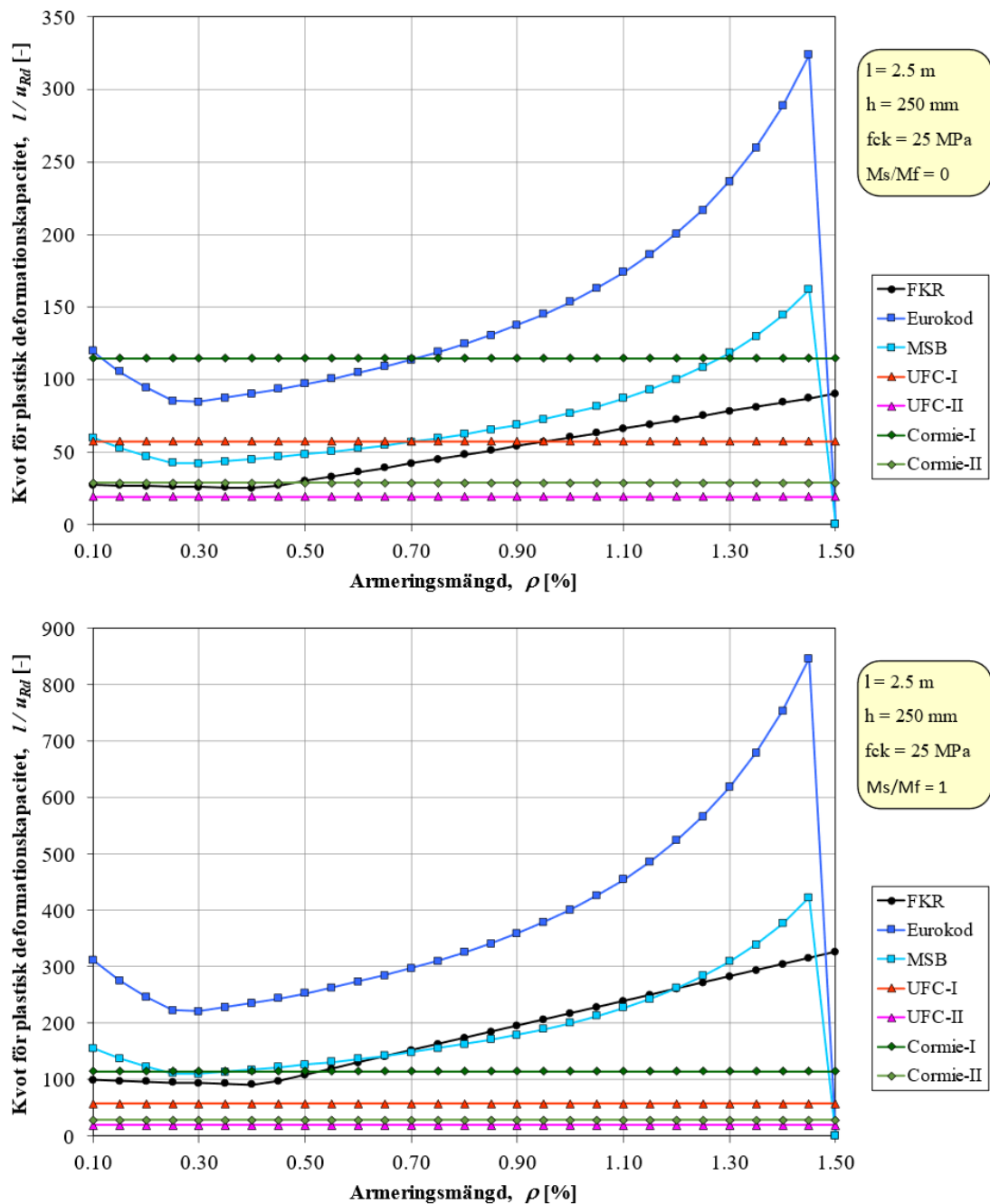
Inverkan av den elastiska energiupptagningsförmågan $W_{i,el}$ har dock medvetet utelämnats i här utförd jämförelse – dels eftersom den i jämförelse med det plastiska bidraget i regel är liten, dels för att styvheten k hos plattstrimlan beräknas på olika sätt i de olika regelverken, se Johansson och Rempling (2016). Därmed bedöms jämförelsen också bli tydligare än vad som hade varit fallet om även det elastiska bidraget hade medtagits. Genom att jämföra både plastisk deformationsförmåga och plastisk energiupptagningsförmåga blir det enklare att få en helhetsbild av vilken effekt som olika regelverk har på plattstrimlans förmåga att motstå en given impulsbelastning.

2.4.2 Plastisk deformationsförmåga

Den plastiska deformationsförmågan presenteras som kvoten mellan spännvidd l och plastisk deformationskapacitet u_{Rd} , där ett lågt värde på kvoten l / u_{Rd} innebär att den plastiska deformationsförmågan är stor. Detta är samma typ av jämförelse som tidigare har presenterats i Johansson och Rempling (2016). I Figur 2.33 till Figur 2.36 jämförs denna kvot för en fritt upplagd ($M_s / M_f = 0$) och en fast inspänd plattstrimla ($M_s / M_f = 1$) med geometri och materialdata enligt avsnitt 2.4.1.

Baserat på dessa jämförelser kan följande allmänt noteras:

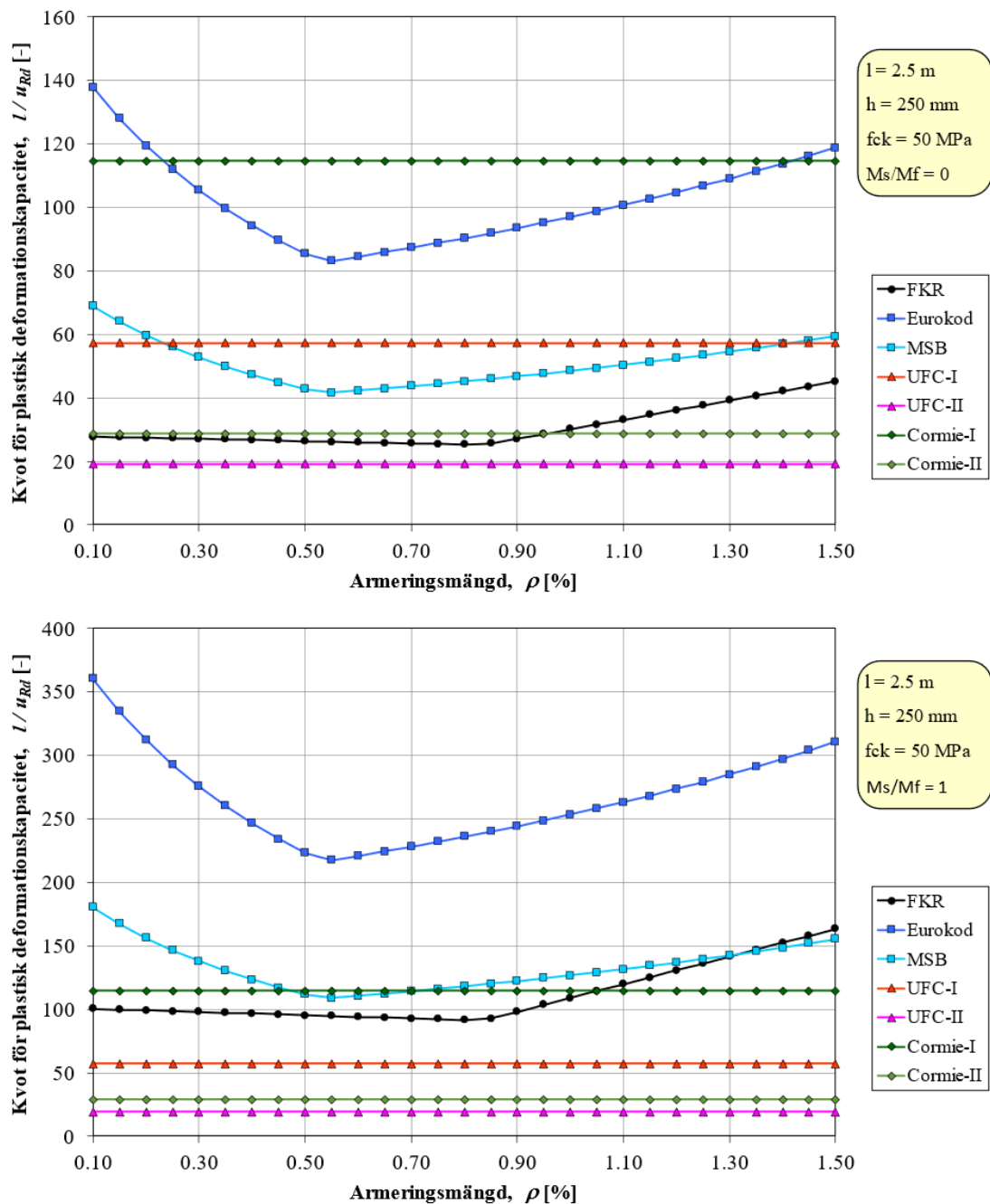
- För FKR, Eurokod 2 och MSB fås genomgående en högre deformationsförmåga när plattstrimlan är fritt upplagd jämfört med när den är fast inspänd. För UFC och Cormie *et al.* fås dock ingen skillnad för dessa båda fall eftersom dessa har samma värde oavsett typ av randvillkor, se avsnitt 2.2.5 och 2.2.6.
- För en fritt upplagd plattstrimla är det alltid Eurokod 2 eller Cormie-I som ger lägst deformationskapacitet. För en fast inspänd plattstrimla är det dock alltid Eurokod 2 som, med god marginal, ger lägst deformationskapacitet.
- För en fritt upplagd plattstrimla är det nästan alltid UFC-II som ger högst deformationskapacitet. För en plattstrimla med $l = 5$ m, se Figur 2.36, är det dock FKR som, vid små armeringsmängder ($\rho \leq 0,50$ %), predikterar högst deformationskapacitet. För en fast inspänd plattstrimla är det alltid UFC-II som, med god marginal, ger högst deformationskapacitet.
- I de fall där Eurokod 2 och MSB visar en kvot på $l / u_{Rd} = 0$ så beror detta på att kvoten $x / d > 0,45$, dvs. utanför tillåtet område enligt avsnitt 2.2.3.



Figur 2.33 Jämförelse av kvoten för plastisk deformationskapacitet för varierande armeringsmängd när basfall enligt avsnitt 2.4.1 används. Fritt upplagd (övra) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

Av jämförelse i Figur 2.33 kan följande noteras:

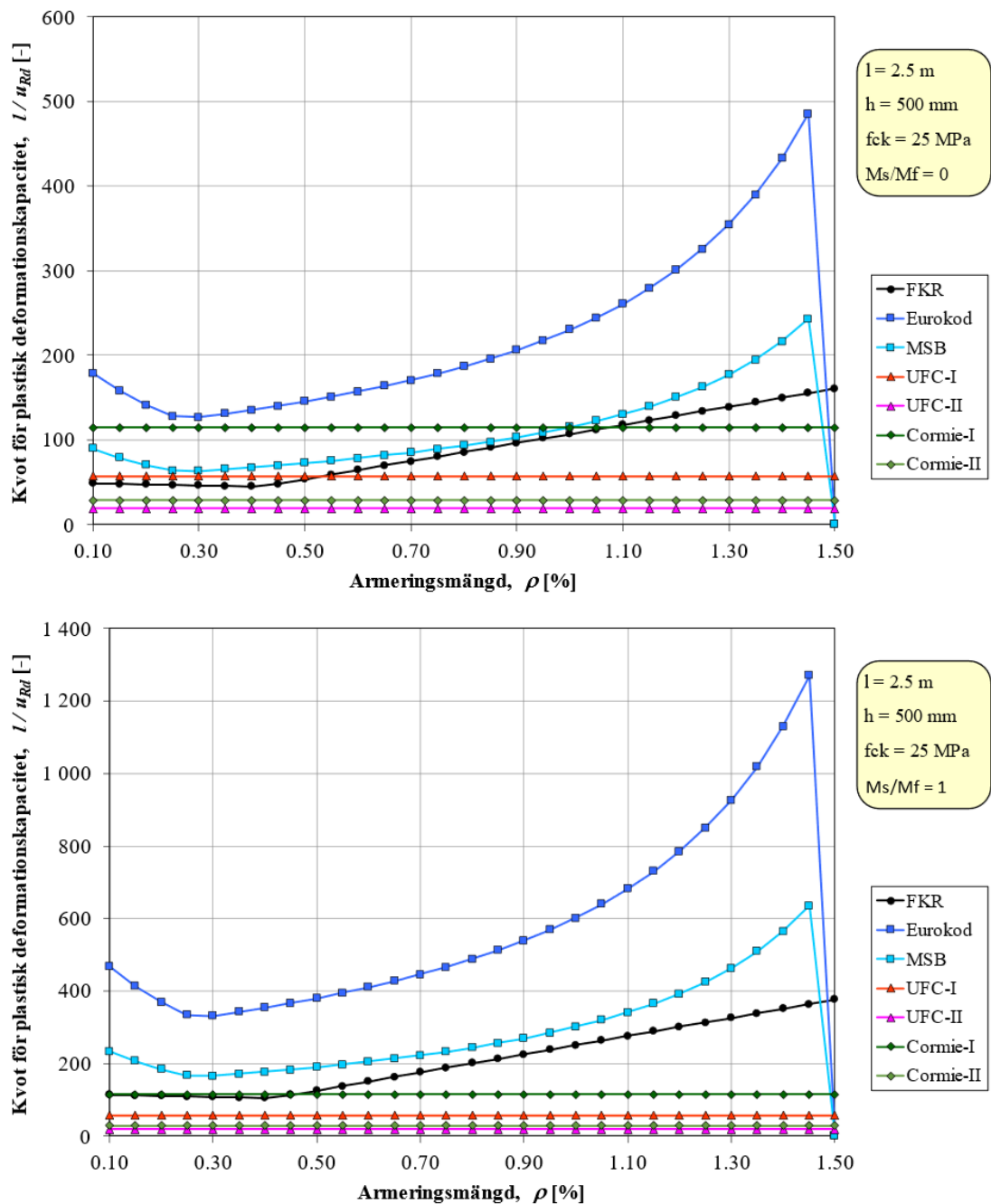
- För en fritt upplagd strimla med små armeringsmängder ($\rho \leq 0,50$ %) fås en god överensstämmelse mellan FKR och Cormie-II. För högre armeringsmängder fås dock snabbt en avvikelse och vid $\rho \approx 0,90$ % skiljer det en faktor två.
- För en fast inspänd strimla fås en god överensstämmelse mellan FKR och MSB för de flesta armeringsmängder ($\rho \approx 0,20$ - $1,30$ %).



Figur 2.34 Jämförelse av kvoten för plastisk deformationskapacitet för varierande armeringsmängd när en betonghållfasthet på $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ används. Fritt upplagd (övre) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

Av jämförelse i Figur 2.34 kan följande noteras:

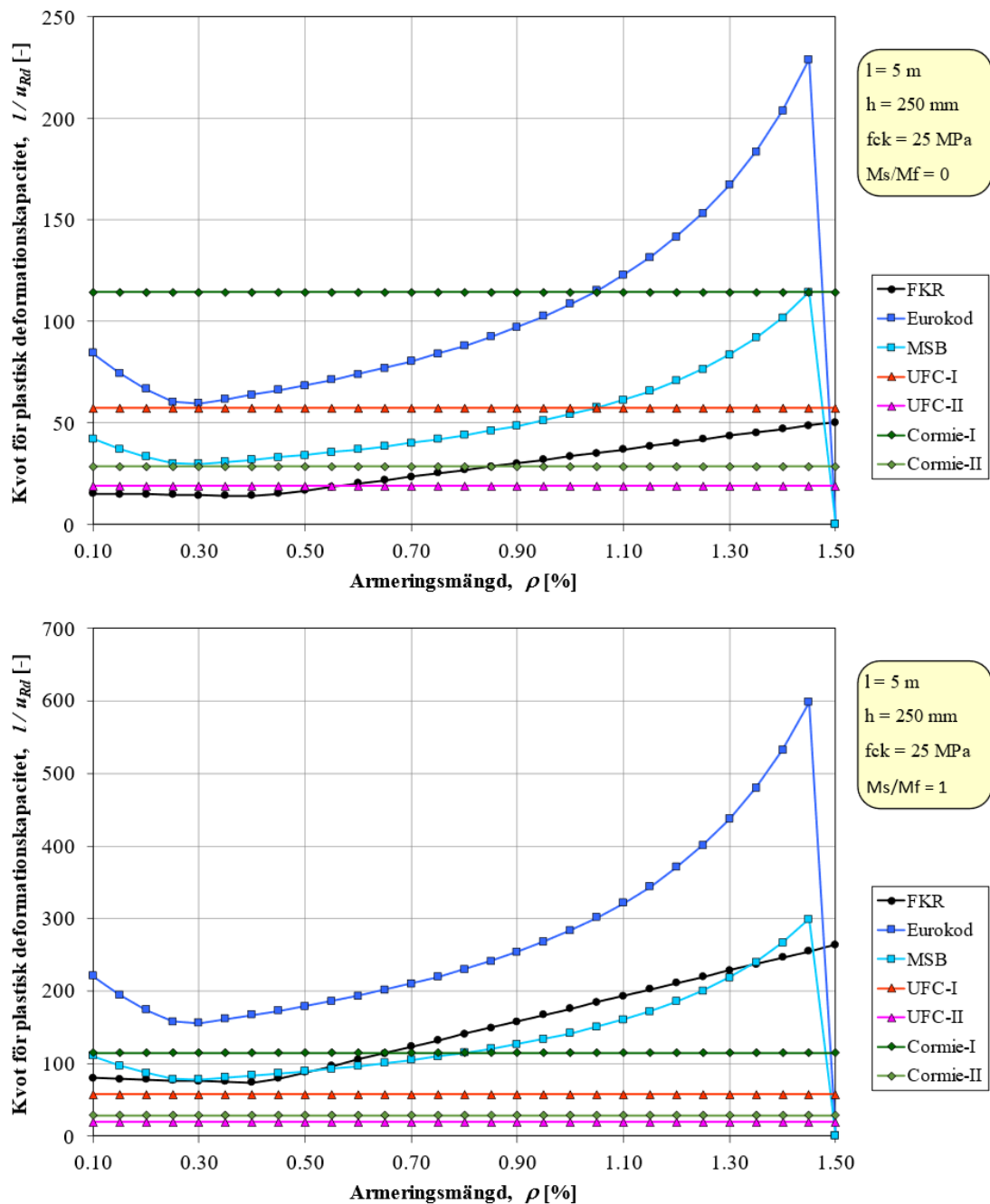
- För en fritt upplagd strimla fås en god överensstämmelse mellan FKR och Cormie-II för de flesta armeringsmängder ($\rho \approx 0,10\text{-}1,20 \%$).
- För en fast inspänd strimla fås en tämligen god överensstämmelse mellan FKR och MSB för de flesta armeringsmängder ($\rho \approx 0,50\text{-}1,50 \%$).
- En dubblerad betonghållfasthet har en betydande gynnsam effekt på deformationsförmågan – begränsning på grund av krossad betong (vilket indikerar betydande minskning) senareläggs från $\rho = 0,40$ till $\rho = 0,85$.



Figur 2.35 Jämförelse av kvoten för plastisk deformationskapacitet för varierande armeringsmängd när en plattjocklek på $h = 500$ mm används. Fritt upplagd (övre) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

Av jämförelse i Figur 2.35 kan följande noteras:

- För en fritt upplagd strimla med små armeringsmängder ($\rho \leq 0,50$ %) fås en god överensstämmelse mellan FKR och UFC-I. För de flesta armeringsmängder ($\rho \approx 0,30$ - $1,20$ %) fås även en god överensstämmelse med MSB.
- För en fast inspänd strimla med små armeringsmängder ($\rho \leq 0,50$ %) fås en god överensstämmelse mellan FKR och Cormie-I.
- Jämfört med Figur 2.33 medför en dubblrad höjd en ökad avvikelse mot MSB. Detta är en effekt av att kvoten l_0/d hanteras konceptuellt olika i de båda regelverken.



Figur 2.36 Jämförelse av kvoten för plastisk deformationskapacitet för varierande armeringsmängd när en spännvidd på $l = 5,0 \text{ m}$ används. Fritt upplagd (övre) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

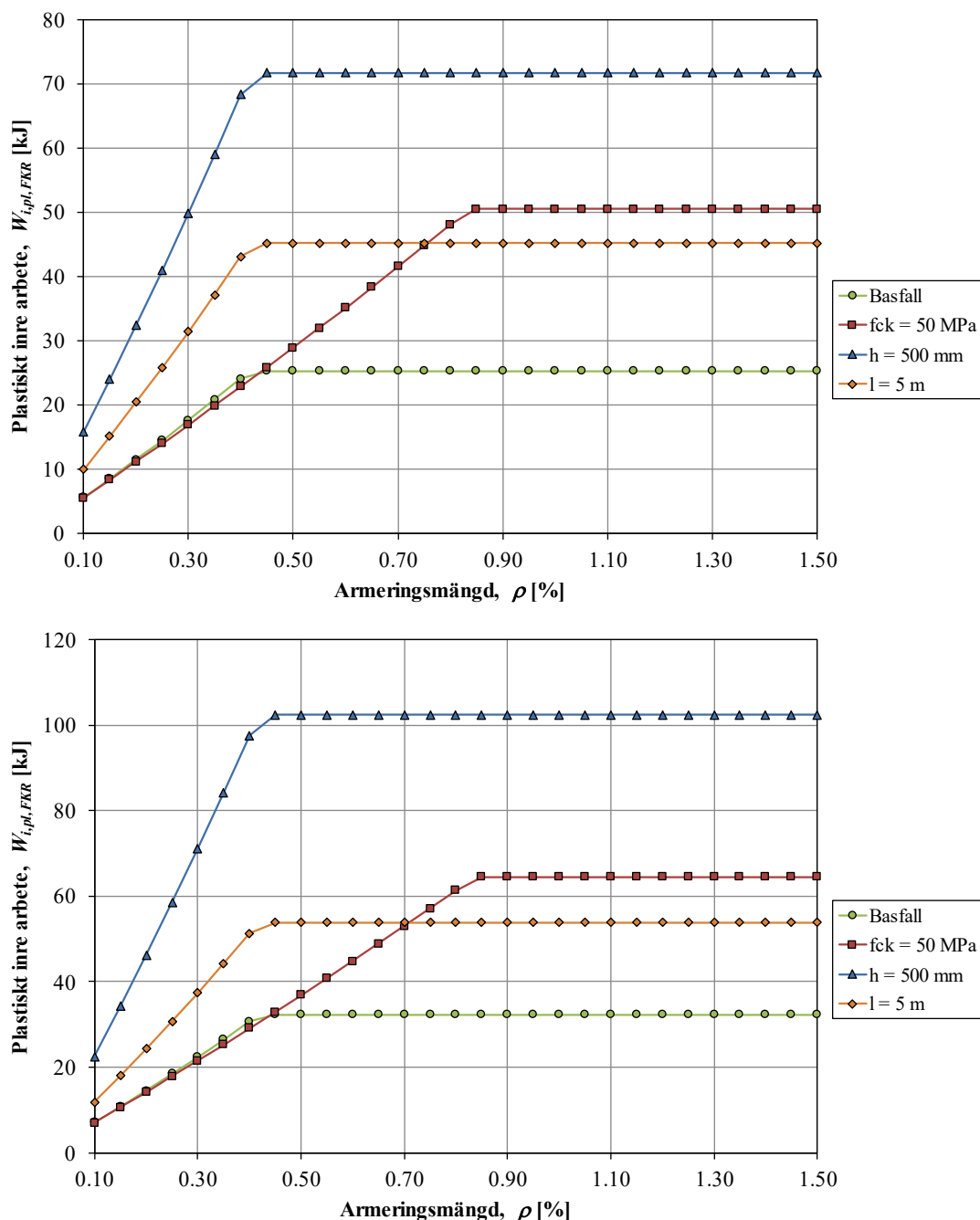
Av jämförelse i Figur 2.36 kan följande noteras:

- För en fritt upplagd strimla med små armeringsmängder ($\rho \leq 0,50 \%$) fås en god överensstämmelse mellan FKR och UFC-II. För högre armeringsmängder fås dock snabbt en avvikelse och vid $\rho \approx 1,10 \%$ skiljer det en faktor två.
- För en fast inspänd strimla fås en god överensstämmelse mellan FKR och MSB för de flesta armeringsmängder ($\rho \approx 0,20\text{-}1,40 \%$), dvs. motsvarande observation som i Figur 2.33 vid $l = 2,5 \text{ m}$.

2.4.3 Plastisk energiupptagningsförmåga

Enligt FKR

I Figur 2.37 presenteras resulterande plastisk energiupptagningsförmåga enligt anvisningar i FKR. Av detta kan noteras att energiupptagningsförmågan i samtliga fall förblir konstant när en given armeringsmängd har uppnåtts. Denna armeringsmängd motsvarar den brytpunkt som anger när kritisk rotationskapacitet övergår från att bero på avsliten armering till krossning av den tryckta betongen.



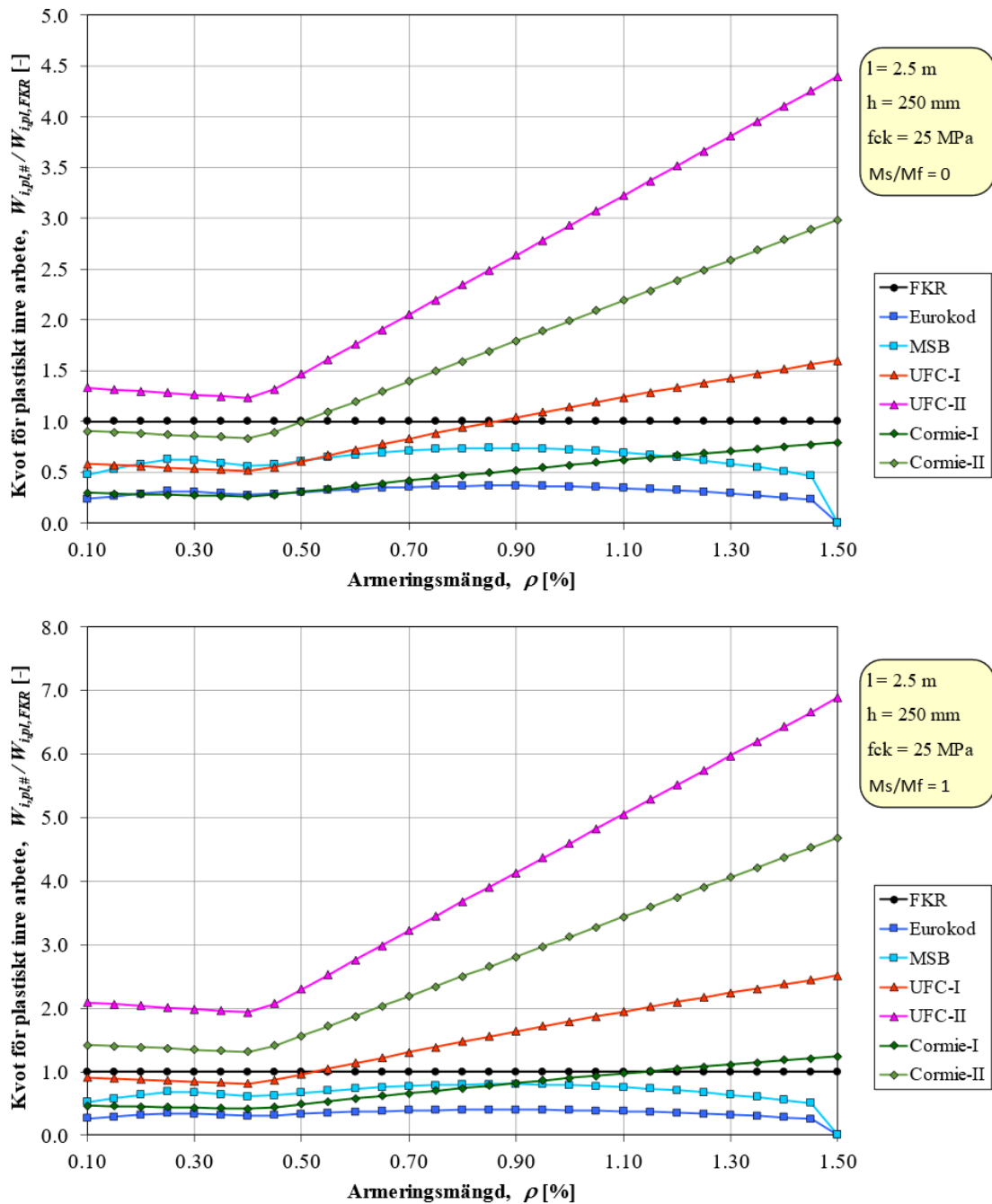
Figur 2.37 Resultande plastisk energiupptagningsförmåga för varierande armeringsmängd för anvisningar enligt FKR för fall enligt avsnitt 2.4.1. Fritt upplagd (övre) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

Jämförelse mellan olika regelverk

I Figur 2.38 till Figur 2.41 presenteras kvoten mellan plastisk energiupptagningsförmåga enligt olika regelverk i förhållande till den som erhålls med FKR, där en kvot > 1 medför att det aktuella regelverket predikterar en större energiupptagningsförmåga än FKR (FKR presenteras alltid med värdet 1,0). Detta görs för en fritt upplagd ($M_s / M_f = 0$) och en fast inspänd plattstrimla ($M_s / M_f = 1$) med geometri och materialdata enligt avsnitt 2.4.1. För det senare fallet utgås för FKR, Eurokod 2 och MSB att en respons i enlighet med Figur 2.4 är möjlig.

Baserat på dessa jämförelser kan följande allmänt noteras:

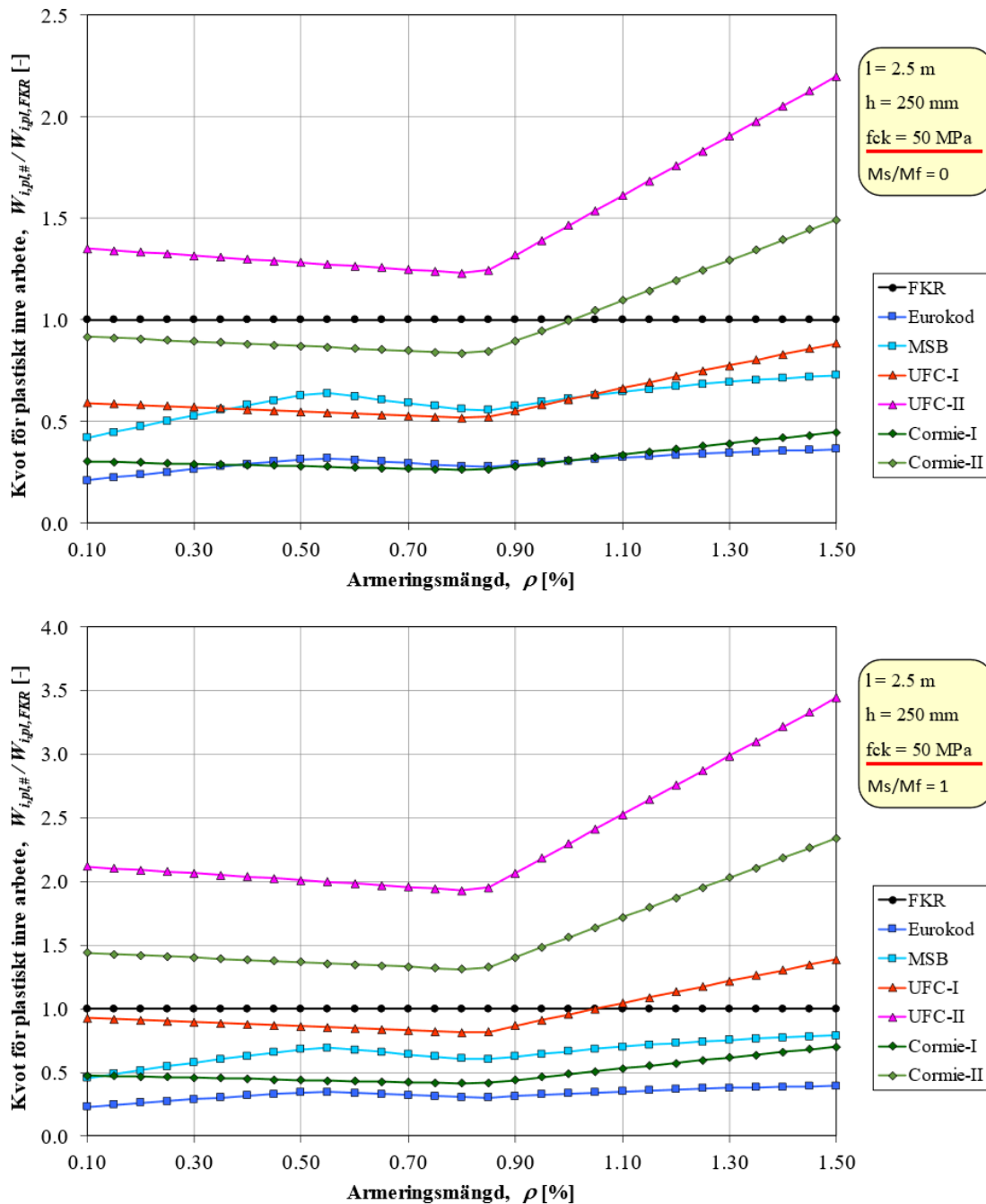
- Eftersom här presenterade resultat baseras på plastisk deformationsförmåga u_{Rd} så finns det en stark koppling mellan de resultat som presenteras i avsnitt 2.4.2 och de som presenteras i detta avsnitt – detta gäller särskilt för en fritt upplagd strimla eftersom $W_{i,pl}$ i det fallet är proportionell mot u_{Rd} .
- För UFC-I och II samt Cormie-I och II fås genomgående en stor skillnad gentemot FKR när randvillkor ändras från fritt upplagdtill fast inspänd strimla. Detta är en effekt av att UFC och Cormie baseras på en fixerad rotationskapacitet oavsett typ av randvillkor.
- Med ökat värde på f_{ck} erhålls en minskad skillnad mellan FKR och övriga regelverk, jämför Figur 2.38 och Figur 2.39.
- En ökad tvärsnittshöjd h medför att skillnad mellan FKR och UFC samt Cormie ökar, jämför Figur 2.38 och Figur 2.40.
- Eurokod predikterar nästan alltid lägst energiupptagningsförmåga. Undantaget är Cormie-I som vid några tillfällen resulterar i en lägre kvot.
- För en fritt upplagd plattstrimla är det nästan alltid UFC-II som predikterar högst energiupptagning. För en plattstrimla med $l = 5$ m, se Figur 2.41, är det dock FKR som, vid små armeringsmängder ($\rho \leq 0,60$ %), predikterar högst värde. För en fast inspänd plattstrimla är det alltid UFC-II som ger högst energiupptagning.
- Skillnaden mellan FKR och UFC-II samt Cormie-II är ofta väldigt stor (kvot > 3), särskilt för höga armeringsmängder. Skillnaden ökar ytterligare när strimlan är fast inspänd. I UFC-II och Cormie-II förutsätts närvaron av byglar och eftersom byglarnas gynnsamma effekt på plastisk rotationskapacitet inte har beaktats i FKR kan detta förmodligen delvis förklara observerad avvikelser vid stora armeringsmängder.
- För UFC-I samt Cormie-I fås ingen generell överensstämmelse i predikterad energiupptagningsförmåga jämfört med FKR. Emellanåt uppvisas likartade resultat, medan det i många situationer uppstår mycket betydande skillnader, se t.ex. UFC-I för fast inspänd strimla i Figur 2.39 respektive Figur 2.40.
- För MSB varierar energikvoten oftast mellan 0,5-0,9, där inverkan av armeringsmängden varierar – ofta erhålls dock högst kvot för medelhöga värden ($\rho \approx 0,50$ -1,00 %). För Eurokod är kvoten alltid hälften så stor som för MSB.



Figur 2.38 Jämförelse av kvoten för plastisk energiupptagningsförmåga för varierande armeringsmängd när basfall enligt avsnitt 2.4.1 används. Fritt upplagd (övre) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

Av jämförelse i Figur 2.38 kan följande noteras:

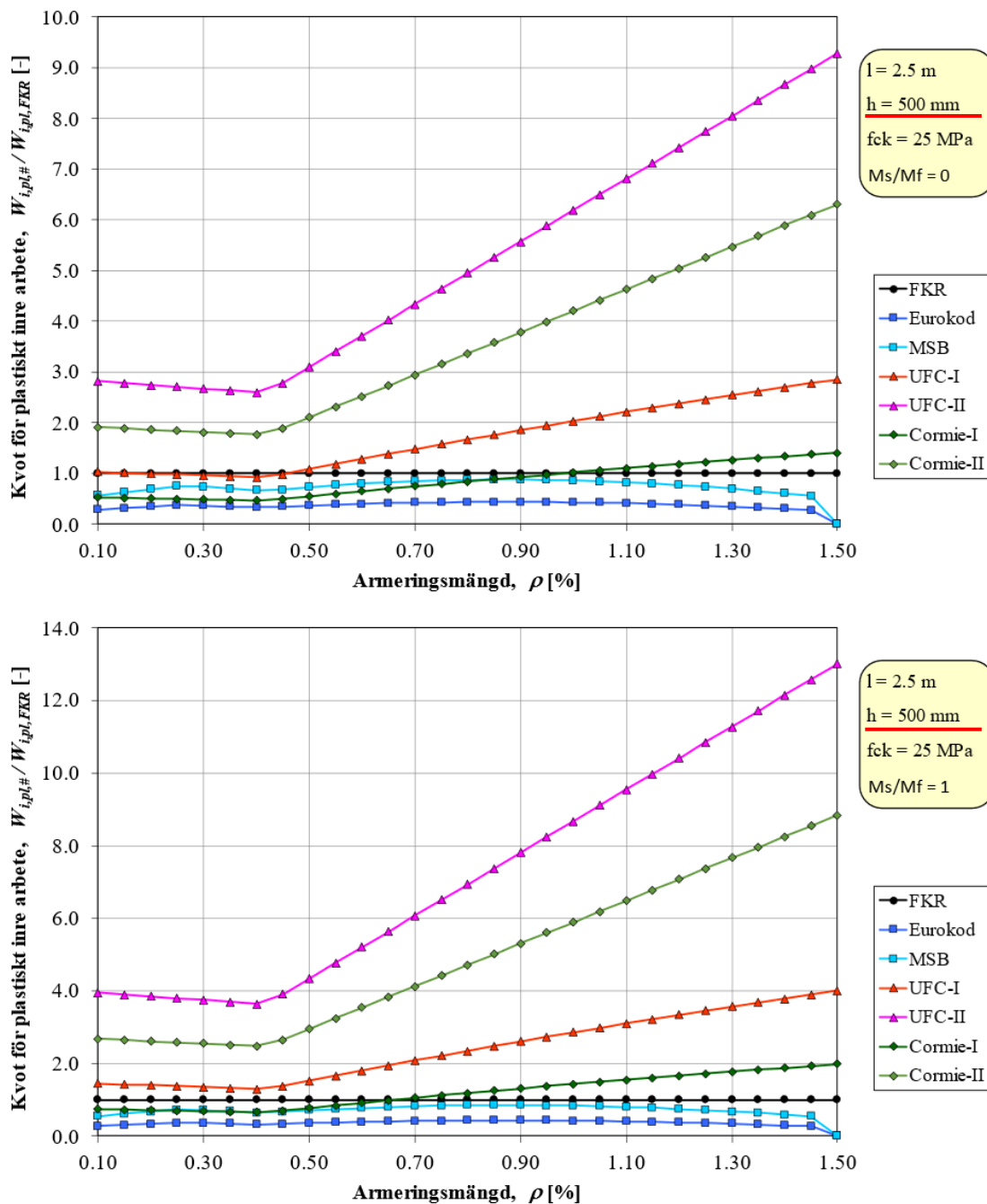
- MSB predikterar en förhållandevis likvärdig, men genomgående lägre, energiupptagningsförmåga som FKR – kvot $\approx 0,5-0,7$ för fritt upplagd och kvot $\approx 0,5-0,8$ för fast inspänd plattstrimla.



Figur 2.39 Jämförelse av kvoten för plastisk energiupptagningsförmåga för varierande armeringsmängd när en betonghållfasthet på $f_{ck} = 50$ MPa används. Fritt upplagd (övre) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

Av jämförelse i Figur 2.39 kan följande noteras:

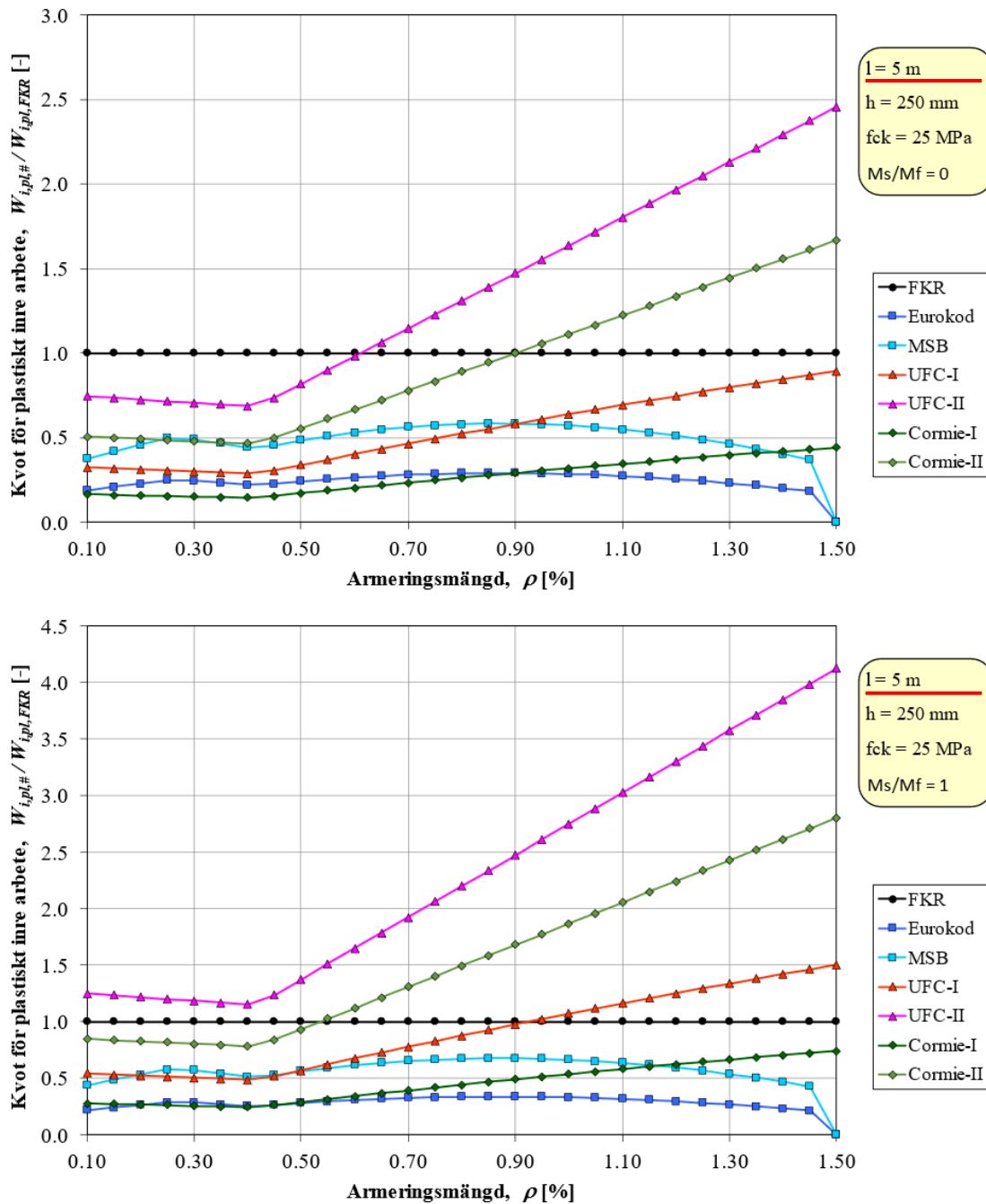
- UFC-I predikterar en tämligen likvärdig energiupptagningsförmåga som FKR – kvot $\approx 0,5-0,9$ för fritt upplagd och kvot $\approx 0,8-1,4$ för fast inspänd plattstrimla.
- MSB predikterar en förhållandevis likvärdig, men genomgående lägre, energiupptagningsförmåga som FKR – kvot $\approx 0,4-0,7$ för fritt upplagd och kvot $\approx 0,5-0,8$ för fast inspänd plattstrimla.



Figur 2.40 Jämförelse av kvoten för plastisk energiupptagningsförmåga för varierande armeringsmängd när en plattjocklek på $h = 500$ mm används. Fritt upplagd (övre) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

Av jämförelse i Figur 2.39 kan följande noteras:

- Cormie-I predikterar en förhållandevis likvärdig energiupptagningsförmåga som FKR för en fritt upplagd strimla (kvot $\approx 0,5-1,4$) men en större spridning (kvot $\approx 0,7-2,0$) för fast inspänd plattstrimla.
- MSB predikterar en förhållandevis likvärdig, men genomgående lägre, energiupptagningsförmåga som FKR – kvot $\approx 0,5-0,9$ för fritt upplagd och kvot $\approx 0,5-0,9$ för fast inspänd plattstrimla.



Figur 2.41 Jämförelse av kvoten för plastisk energiupptagningsförmåga för varierande armeringsmängd när en spännvidd på $l = 5,0$ m används. Fritt upplagd (övre) samt fast inspänd (undre) plattstrimla.

Av jämförelse i Figur 2.41 kan följande noteras:

- För en fritt upplagd strimla predikterar FKR den högsta energiupptagningsförmågan när armeringsmängden är liten ($\rho \leq 0,60$ %). För högre armeringsmängder blir energiupptagningen dock snabbt större enligt UFC-II. För en fast inspänd strimla resulterar UFC-I alltid i störst energiupptagningsförmåga.
- MSB predikterar en förhållandevis likvärdig, men genomgående lägre, energiupptagningsförmåga som FKR – kvot $\approx 0,4$ - $0,6$ för fritt upplagd och kvot $\approx 0,4$ - $0,7$ för fast inspänd plattstrimla.

2.4.4 Sammanfattande observationer

- MSB predikterar en plastisk energiupptagningsförmåga som motsvarar cirka 50-90 % av värde i FKR. För Eurokod 2 är värdena cirka 25-45 %, vilket förefaller vara tämligen rimligt med tanke på att de båda modellerna utgår från olika lastfall, se avsnitt 2.3.7 och 2.3.8.
- Bitvis finns mycket stora avvikelser mellan FKR och UFC / Cormie. Metod i FKR bygger dock på en konceptuellt förståelig modell, vilket indikerar att det inte är en god idé att efterlikna den enkelhet som används i UFC / Cormie.
- Resultat indikerar att det är acceptabelt att öka övre gräns för tillåten armeringsmängd utöver de 0,50 % som tillåts i FKR idag. Baserat på avsnitt 2.4.3 erhålls visserligen ingen ökning av energiupptagningsförmågan vid en viss gräns på armeringsmängd men detta är inget argument i sig att förhindra användandet av de uttryck som använts för här utförd jämförelse.

2.5 Förslag på justering i FKR

2.5.1 Orientering

Baserat på den information som presenteras i avsnitt 2.3.1 till 2.4 så bedöms det finnas anledning att justera nuvarande uttryck i FKR med följande delar:

- **Beaktat brottkriterium:** Uttryck för plastisk deformationsförmåga kompletteras så att de beaktar både avsliten armering och krossning i betong. I nuläget beaktas enbart avsliten armering, se avsnitt 2.2.2.
- **Tillåten armeringsmängd:** Nuvarande begränsning på tillåten armeringsmängd att $\rho \leq 0,50$ % justeras så att även högre armeringsmängder tillåts.
- **Tillåten armeringstjorning:** Begränsa tillåten armeringstjorning i uttryck för avsliten armering för att därmed beakta ogynnsam effekt av dragen betong mellan sprickor.

Nuvarande anvisning utgår från en armeringstjorning motsvarande den enskilda armeringsstångens brotttjorning – ett värde som i tidigare utredningar (Svedbjörk, 2014) bedömts vara för högt.

- **Längd hos ekvivalent plastisk led:** Den plastiska ledens längd justeras – dels för att bättre fånga in effekt av momentkvoten $\eta_M = M_u / M_y$, dels för att beakta hur den plastiska krökningen varierar inom det aktuella området och dels för att nyansera tillägg i längd för när inverkan av sneda skjavsprickor ska beaktas.

I nuläget baseras den plastiska ledens längd på ett fall där $\eta_M = 1,11$ och den plastiska krökningen antas felaktigt vara konstant över hela den plastiska ledens längd, se avsnitt 2.3.7. Vidare används ett tillskott på $0,5 \cdot d$ oberoende av vilka tvärkrafter som verkar över den plastiska leden.

- **Förhållande mellan momentkvot och spänningskvot:** I ekvation (2.33), i avsnitt 2.3.4, anges att momentkvoten η_M approximativt kan likställas med spänningskvoten η_f , dvs $\eta_M \approx \eta_f$. En sådan approximation underlättar utformandet av lämpliga uttryck för att i en beräkningsanvisning uppskatta storleken på den plastiska deformationsförmågan. Innan detta görs finns det dock behov av att närmare undersöka föreslagen approximation.
- **Plastisk krökning:** I nuvarande version av FKR antas felaktigt att plastisk krökning är detsamma som den totala krökningen, dvs. $\kappa_{pl} = \kappa_{tot}$, vilket innebär att inverkan av den elastiska krökningen försummas. Detta kan visserligen vara en god approximation om den totala krökningen är stor men för låga värden på κ_{tot} kan detta dock få en icke försumbar betydelse varvid den plastiska deformationsförmågan överskattas.

Ovanstående delar behandlas i avsnitt 2.5.2 till 2.5.7 och i avsnitt 2.5.8 sammanfattas de förslag som beskrivs i dessa avsnitt.

2.5.2 Beaktat brottkriterium

Föreslagen justering är tämligen okontroversiellt eftersom innebörden är att återgå till ett koncept som tidigare användes i Bk 25, dvs. FKR:s bakgrundsmaterial, se avsnitt 2.2.2. Detta koncept, dvs. att rotationskapaciteten begränsas av både avsliten armering och krossad betong, är också vad som används i Eurokod 2, se avsnitt 2.3.8.

Gissningsvis är nuvarande anvisning i FKR ett resultat av att regelskrivaren valt att förenkla de ursprungliga uttrycken i Bk 25. För så små armeringsmängder som $\rho \leq 0,50\%$ får detta ingen eller mycket liten effekt, jämför hur läget för ”knyck” i kurvan för plastisk rotationskapacitet påverkas för FKR i undersökta fallstudier i avsnitt 2.4.2. Om högre armeringsmängder dock skulle tillåtas i FKR, se avsnitt 2.5.3, så blir återinförandet av ett sådant kriterium dock i högsta grad nödvändigt.

2.5.3 Tillåten armeringsmängd

Den maximala armeringsmängd som tillåts i FKR begränsas till $\rho_{max} = 0,50\%$. Den bakomliggande orsaken till detta val är att det annars finns risk att betongtryckbrott fås innan den avsedda energiupptagningsförmågan är fullt utvecklad. Denna förklaring går väl i linje med den observation som görs i avsnitt 2.5.2.

I Figur 2.37, avsnitt 2.4.3, görs en jämförelse av hur den plastiska energiupptagningsförmågan påverkas av armeringsmängden för undersökta fallstudier och av denna framgår att energiupptagningsförmågan inte längre ökar när begränsning av plastisk deformationsförmåga utgörs av krossad betong. Ur ett effektivitetsperspektiv finns det således ingen anledning att använda en högre armeringsmängd än de gränsvärden som framgår där ($\rho_{max} = 0,40\%$ för tre fall och $\rho_{max} = 0,85\%$ för ett fall). Det ska dock noteras att detta gränsvärde är en funktion av betongens tryckhållfasthet – när f_{ck} dubblas från 25 MPa till 50 MPa erhålls också en dubbling av kritiskt värde på ρ_{max} . Förutsatt att inverkan på resulterande deformationsförmåga beaktas så finns det, utifrån fallstudier i avsnitt 2.4.2, dock inget stöd för att explicit utmåla krossning av betongen som en särskilt utsatt situation. Med hänsyn till plastisk deformationsförmåga skulle det därför vara en olycklig konsekvens att användandet av FKR begränsas i sammanhang där armeringsmängden, av andra anledningar, är högre än de 0,50 % som i nuläget föreskrivs i FKR.

Det ska dock även konstateras att det kan finnas andra anledningar än strukturens plastiska energiupptagningsförmåga att begränsa armeringsmängden – en sådan är t.ex. att en stor armeringsmängd i impulsbelastade strukturer medför höga tvärkraftspåkänningar, se kapitel 3 för mer detaljerad information. Detta är förmodligen en bidragande orsak till att tillåten armeringsmängd i FKR begränsas till 0,50 %.

I Tabell 2.9 visas en modifierad sammanställning från Johansson och Rempling (2016) av maximalt tillåten armeringsmängd för de regelverk som har jämförts i det här dokumentet. Av detta framgår att tillåten armeringsmängd i FKR är väldigt lågt i jämförelse med andra regelverk. Som jämförelse kan även nämnas att maximal armeringsmängd i Skyddsrumreglerna (MSB, 2021), sätts till $\rho_{max} = 1,1$ % oberoende av betonghållfasthet, dvs. ett koncept som liknar det som används i FKR.

Tabell 2.9 Jämförelse av maximalt tillåten armeringsmängd ρ_{max} på grund av böjning när $f_{yk} = 500$ MPa. Baserat på Johansson och Rempling (2016).

f_{ck} [MPa]	$\rho_{max,FKR}$ [%]	$\rho_{max,EK}$ [%]	$\rho_{max,UFC}$ [%]	$\rho_{max,Co}$ [%]
25	0,5	2,3	1,5	2,1
30	0,5	2,8	1,8	2,5
35	0,5	3,3	2,1	3,0
40	0,5	3,7	2,4	3,4
45	0,5	4,2	2,7	3,8
50	0,5	4,7	3,0	4,2

För en struktur utsatt för en impulsbelastning är det i regel en fördel att använda en låg armeringsmängd. För en struktur, vars huvudsyfte är att motstå en impulsbelastning (t.ex. en fortifikatorisk anläggning) kan det därför vara klokt att fortsatt förespråka en fortsatt låg armeringsmängd. För andra typer av strukturer vars huvudsakliga syfte inte är att motstå en impulsbelastning (t.ex. en civil husbyggnad eller trafikunnel) är det dock inte nödvändigt att förhålla sig till samma begränsningar. Denna typ av byggnader kan, av andra skäl, innehålla en högre armeringsmängd än vad som i nuläget tillåts i FKR och det vore då olyckligt om det, vid behov att kontrollera dem med hänsyn till impulsbelastning, inte skulle kunna använda sig av de rekommendationer som finns i FKR.

Genom att i FKR, så som föreslås i avsnitt 2.5.2, återinföra kriteriet för plastisk deformationsförmåga så att detta även beaktar inverkan av krossad betong kommer det automatiskt även bli möjligt att nyttja anvisningar i FKR för högre armeringsmängder. För att uppmuntra användandet av en lägre armeringsmängd kan nyttan av detta dock lämpligen påpekas i regelverket – för strukturer vars huvudsakliga syfte är att motstå impulsbelastning skulle det t.ex. även vara möjligt att ange ett hårdare krav på maximalt tillåten armeringsmängd, dvs. ett lägre värde på ρ_{max} , exempelvis i nivå med de 0,50 % som i nuläget föreskrivs i FKR. För andra typer av strukturer skulle det dock kunna öppnas upp för att använda en högre armeringsmängd.

En nackdel med att, så som görs i FKR, basera tillåten armeringsmängd på armeringsprocent ρ är att detta mått inte beaktar aktuella materialegenskaper hos armering eller betong. För en situation där ingående materialegenskaper är låsta eller varierar väldigt lite kan ett sådant förfarande vara rimligt men om variationen är stor får detta också en betydande effekt. I Sverige används idag i princip alltid slakarmering av typ K500, vilket innebär att $f_{yk} = 500$ MPa. Ur armeringsperspektiv kan det således konstateras att detta värde i Sverige är mer eller mindre låst. För betong kan dock materialkvaliteten variera och i FKR tillåts en tryckhållfasthet på $f_{ck} = 50$ MPa. Med antagande om att $f_{ck} = 25$ MPa utgör den i praktiken lägsta betonghållfasthet som används så innebär detta att det finns ett spann på en faktor två mellan dessa båda betongkvaliteter. Denna effekt syns också i de fallstudier som utförs i avsnitt 2.4, jämför t.ex. läge på ”knyck” i kurva i Figur 2.37, avsnitt 2.4.3, när $f_{ck} = 25$ MPa eller 50 MPa.

Ett mer effektivt mått för att beskriva maximal armeringsmängd är att utgå från mekanisk armeringskvot

$$\omega_s = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot \frac{f_y}{f_c} \quad (2.90)$$

där ρ är armeringsinnehåll, f_y är armeringens flytspänning och f_c är betongens tryckhållfasthet, se avsnitt 2.2.2. Det är också detta mått som används i Bk 25 för att beräkna plastisk rotationskapacitet, se avsnitt 2.2.2. Beroende på kvoten f_y / f_c fås då olika förhållanden mellan mekanisk armeringskvot ω_s och armeringsinnehåll ρ som

$$f_y = 500 \text{ MPa}, f_c = 25 \text{ MPa} \rightarrow \omega_s = 20 \cdot \rho \quad (2.91)$$

$$f_y = 500 \text{ MPa}, f_c = 50 \text{ MPa} \rightarrow \omega_s = 10 \cdot \rho \quad (2.92)$$

Med utgångspunkt från mekanisk armeringskvot kan även gränsvärdet mellan avsliten armering och krossad betong bestämmas i enlighet med ekvation (2.3), dvs.

$$\omega_{s,bal} = \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s,ef}} \quad (2.93)$$

I fallstudier utförda i avsnitt 2.4 har $\varepsilon_{cu} = 3,5$ % samt $\varepsilon_{s,ef} = 30$ % använts och med dessa värden insatta i ekvation (2.93) fås $\omega_{s,bal} = 0,084$. Om optimal energiupptagningsförmåga, i förhållande till armeringsmängd, eftersträvas skulle detta avrundat kunna medföra att maximal mekanisk armeringskvot sätts till $\omega_{s,max} = 0,085$, jämför med samband i Figur 2.37 i avsnitt 2.4.3.

2.5.4 Tillåten armeringstjning

I avsnitt 2.2.2 konstateras att den armeringstjning som används för beräkning av plastisk deformationsförmåga i FKR motsvarar armeringens medeltjning över den plastiska ledens längd. Baserat på den härledning som presenteras i avsnitt 2.3.2 kan dock argumenteras för att korrekt värde borde vara armeringens brotttjning ε_{su} .

I verkligheten kommer armeringens tjning vara lokalt högre i direkt anslutning till sprickans läge och, via kraftöverföring medels vidhäftning till den omgivande betongen, erhålla en lägre tjning mellan sprickor. Denna effekt tillskrivs inverkan av dragen betong mellan sprickor, se avsnitt 2.3.6. Sammantaget medför detta att den effektiva armeringstjningen inom den plastiska ledens utbredning minskar och genom att reducera tillåten armeringstjning kan denna effekt approximativt beaktas.

Effektiv armeringstjorning $\varepsilon_{s,ef}$ kan då bestämmas som

$$\varepsilon_{s,ef} = \beta \cdot \varepsilon_{su} \quad (2.94)$$

där β är en faktor som approximativt beaktar inverkan av dragen betong mellan sprickor och ε_{su} är armeringens brotttjorning enligt Figur 2.10. I de fallstudier som presenteras i avsnitt 2.4 har $\beta = 0,4$ använts som approximation, dvs.

$$\varepsilon_{s,ef} = \beta \cdot \varepsilon_{su} = 0,4 \cdot 75 = 30 \text{ \%} \quad (2.95)$$

Detta antagande är baserat på Johansson och Laine (2012) i vilken den effektiva armeringstjorningen i 4-punktsböjda plattstrimlor, utförda på KTH (Ansell och Svedbjörk, 2000, 2003, 2005), har utgått ifrån. I dessa försök uppgick armeringsinnehållet till $\rho \approx 0,3-0,5 \text{ \%}$ och det är rimligt att tro att inverkan av dragen betong mellan sprickor skulle minska med ökande armeringsmängd, dvs. att faktorn β skulle öka med ökat värde på ρ . Denna hypotes stöds också av observationer gjorda i Nozad och Steiner (2021) i vilken 4-punktsböjning på balkar med armeringsinnehåll $\rho \approx 0,5-0,7 \text{ \%}$ resulterade i $\beta = 0,45$.

2.5.5 Längd hos ekvivalent plastisk led

Det har visats i avsnitt 2.3.5 hur en kombination av lastfall, randvillkor och momentkvot η_M inverkar på den plastiska ledens utbredning. Vidare påverkar momentfördelningens utseende inom den plastiska leden hur stor den resulterande plastiska rotationen blir, något som påverkar längden a_{pl} hos ekvivalent plastisk led. I avsnitt 2.3.6 påpekas diverse förenklingar och brister i det resonemang som ges i avsnitt 2.3.5 medan bakgrunden till de uttryck som finns i FKR presenteras i avsnitt 2.3.7. Sammantaget kan av detta konstateras att det finns både likheter och skillnader mellan hantering i FKR och vad som lyfts fram i de två andra avsnitten:

- **Lastfall och randvillkor:** I FKR baseras momentfördelning i fält på en jämnt utbredd last och i stöd på en punktlast.

I fält bedöms hanteringen vara helt korrekt och i stöd bedöms detta vara en approximation på säker sida som är fullt acceptabel (samma koncept används även i Eurokod).

- **Momentkvot, η_M :** I FKR ansätts att $\eta_M = 1,11$ oberoende av vilken armering som används.

Med utgångspunkt från materialvärden för armering K500C (spänningskvot $\eta_f = 1,15$) och de armeringsmängder som förespråkas i FKR bedöms detta vara en ansats på säker sida. För armering med lägre spänningskvot kan denna ansats dock vara på osäker sida.

- **Ekvivalent längd på plastisk led, a_{pl} :** I FKR likställs plastisk krökning med total krökning, dvs. ingen hänsyn tas till den elastiska krökning som fås i tvärsnittet innan plasticering av armering nås. Vidare antas den plastiska krökningen vara konstant över den plastiska längden l_{pl} och en term $0,5 \cdot d$ adderas till denna längd, dvs. $a = 0,5 \cdot d + l_{pl}$.

Det bedöms här vara principiellt felaktigt att bortse från den elastiska krökningen samt att anta en konstant plastisk krökning. Bidrag från den elastiska krökningen blir liten när den totala krökningen är stor men får en ej försumbar inverkan när så inte är fallet, se avsnitt 2.5.7 för konsekvens av detta. Vidare

resulterar antagandet av en konstant plastisk krökning i en betydande avvikelser eftersom $a_{pl} / l_{pl} \approx 0,50-0,67$ beroende på vilken situation som jämförs, se Figur 2.16.

Tilläggs termen $0,5 \cdot d$ bedöms här kunna användas för att approximativt beakta inverkan av sneda skjavsprickor. Det skulle därmed vara rimligt att ta med denna term i områden där den plastiska leden utsätts för stor tvärkraft, dvs. vid stöd om strukturen belastas av en jämnt utbredd last och vid både stöd och fält om strukturen utsätts för en punktlast. Inom denna tilläggs längd antas också den plastiska krökningen vara konstant

Baserat på ovanstående kan längden a , varur den plastiska rotationskapaciteten beräknas, nu skrivas som

$$a = a_v + a_{pl} \quad (2.96)$$

där

$$a_v = \begin{cases} 0 & \text{för plastisk led i fält när last består av jämnt utbredd last} \\ 0,5 \cdot d & \text{för plastisk led i övriga lastsituationer} \end{cases} \quad (2.97)$$

och där a_{pl} , för en balk belastad med en jämnt utbredd last, i stöd kan bestämmas som

$$a_{pl,s} = \frac{1}{2} \cdot l_{pl,s} = \frac{l}{8} \cdot \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \quad (2.98)$$

och i fält som

$$a_{pl,f} = \frac{2}{3} \cdot l_{pl,f} = \frac{l}{3} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_M}} \quad (2.99)$$

För en balk belastad med en punktlast i balkmitt kan a_{pl} i stöd bestämmas som

$$a_{pl,s} = \frac{1}{2} \cdot l_{pl,s} = \frac{l}{4} \cdot \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \quad (2.100)$$

och i fält som

$$a_{pl,f} = \frac{1}{2} \cdot l_{pl,f} = \frac{l}{4} \cdot \left(\frac{1}{1+\alpha} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \quad (2.101)$$

Här gäller att

$$\alpha = \frac{M_s}{M_f} \quad (2.102)$$

anger kvoten mellan momentkapacitet M_s i stöd och M_f i fält medan

$$\eta_M = \frac{M_u}{M_y} \quad (2.103)$$

anger kvoten mellan brottmoment M_u och flytmoment M_y , dvs. det moment som råder när armering plasticerar.

Förutsatt att normalkraften som verkar i tvärsnittet är försumbar, dvs. $N \approx 0$, så kan faktorn α approximeras som

$$\alpha = \frac{M_s}{M_f} \approx \frac{\rho_s}{\rho_f} \quad (2.104)$$

där ρ_s och ρ_f anger armeringsmängd i stöd respektive fält.

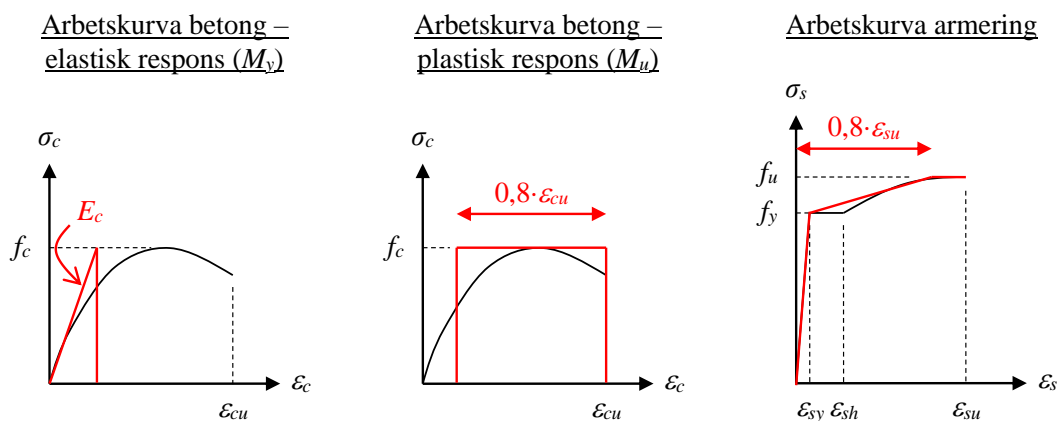
2.5.6 Förhållande mellan momentkvot och spänningskvot

I ekvation (2.33) i avsnitt 2.3.4 ansåts att momentkvoten η_M approximativt kan likställas med spänningskvoten η_f , dvs

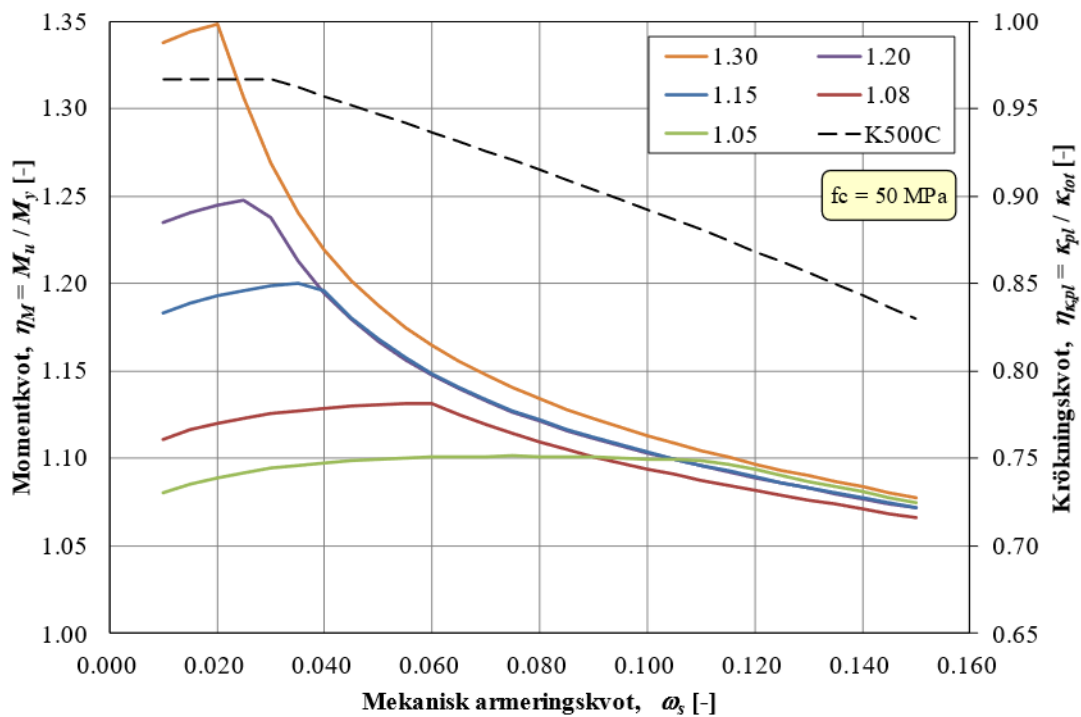
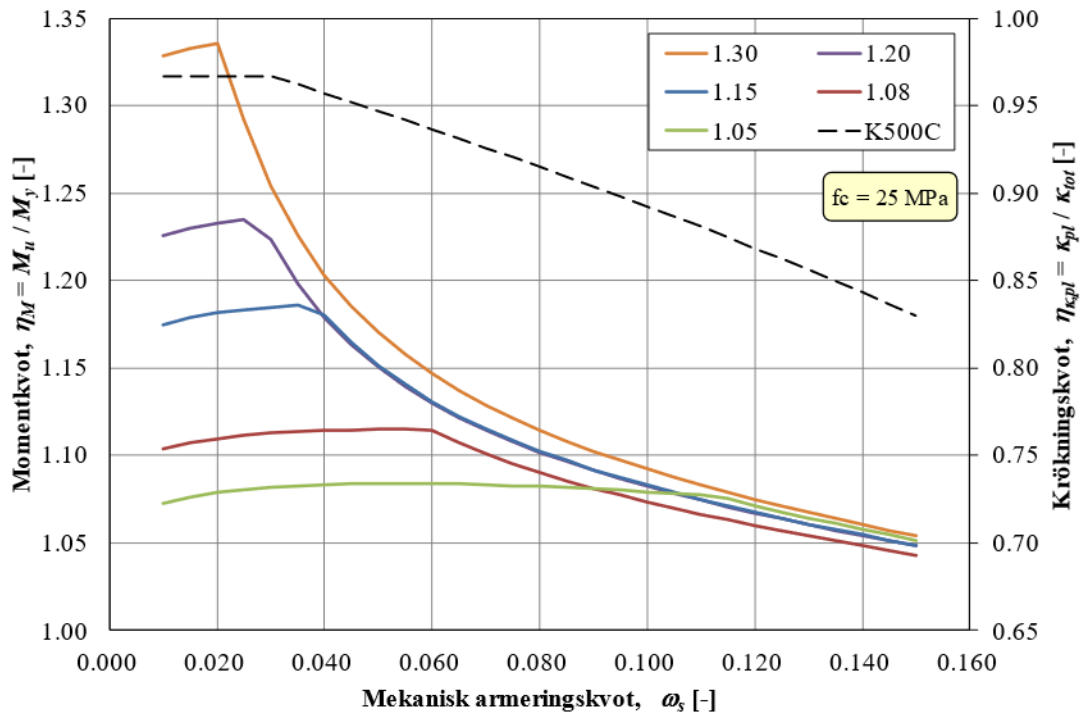
$$\eta_M \approx \eta_f = \frac{f_u}{f_y} \quad (2.105)$$

där f_u är brottspänning och f_y är flytspänning i armeringen.

I Figur 2.42 illustreras de förenklade arbetskurvor för betong och armering som har använts för att undersöka approximationen i ekvation (2.105). För att uppskatta M_y har här utgått från en elastisk respons i den tryckta betongen medan M_u har beräknats med antagande om ett rektangulärt tryckblock. För armeringen har en trilineär arbetskurva, bättre anpassad till verkliga armeringsförsök, antagits medan grundvärden har valts i enlighet med Figur 2.26. Baserat på dessa förenklade arbetskurvor har det beräknats hur momentkvoten η_M varierar med mekanisk armeringskvot ω_s för varierande värden på spänningskvoten η_f när betongens tryckhållfasthet f_c uppgår till 25 MPa eller 50 MPa, se Figur 2.43.



Figur 2.42 Antagna arbetskurvor (röda linjer) för betong och armering vid framtagning av samband i Figur 2.43. Jämförelse görs med schematiska arbetskurvor (svarta linjer) enligt Figur 2.11



Figur 2.43 Resultande momentkvot η_M vid varierande mekanisk armeringskvot ω_s , spänningskvoter η_f (1,05-1,30) och tryckhållfasthet f_c vid arbetskurvor enligt Figur 2.42. Tillhörande krökningskvot $\eta_{k,pl}$ visas som en streckad linje och förblir i grunden densamma oberoende av värde på η_f , se avsnitt 2.5.7 för förklaring.

Av Figur 2.43 framgår att resulterande momentkvot η_M inte är proportionell mot spänningskvoten η_f , dvs. den approximation som anges i ekvation (2.105) att $\eta_M \approx \eta_f$ är således inte korrekt utgående från de resultat som presenteras här. Det kan även konstateras att sambandet skiljer sig något vid användandet av olika betonghållfasthet f_c – ett dubblerat värde på f_c resulterar i en något högre momentkvot η_M . Skillnaden är dock förhållandevis liten och i det fortsatta resonemanget utgås från den nedre grafen i Figur 2.43, dvs. när $f_c = 50$ MPa.

För låga värden på ω_s fås genomgående $\eta_M > \eta_f$, vilket således är resultat på säker sida. För $\omega_s \approx [>0,150, 0,125, 0,060, 0,040, 0,025]$ fås för $\eta_f = [1,05, 1,08, 1,15, 1,20, 1,30]$ dock att $\eta_M < \eta_f$, vilket innebär att ekvation (2.105) blir på osäker sida för större ω_s än så. Anledningen till att η_M sjunker med ökande värden på ω_s är att det, enligt använd beräkningsmodell, inte är möjligt att utnyttja armeringens fulla potential. ”Knycken” i kurvorna som syns i Figur 2.43 sammanfaller med att $\varepsilon_s < \varepsilon_{s,l}$ nås, dvs. att en armeringsspänning $\sigma_s < f_u$ erhålls i tvärsnittsanalysen. Med ökande värde på ω_s minskar σ_s ytterligare, vilket resulterar i att M_u , och därmed även kvoten η_M , sjunker ytterligare. Beräkningsmässigt innebär detta att krossning i betongen erhålls innan armeringen når upp till sin brottspänning f_u . Detta är dock delvis ett resultat av den valda beräkningsmodellen – i verkligheten skulle en krossning av betongen, för här aktuella värden på ω_s , dock inte medföra något plötsligt brott, särskilt inte om det även finns böjarmering i anslutning till den tryckta zonen. Snarare skulle krossning av betongen i den tryckta zonen initieras varvid töjningen i armeringen också skulle öka. Krossningen medför visserligen att tryckzonen gradvis förskjuts mot den dragna armeringen, vilket resulterar i en minskad inre hävarm, men samtidigt kompenseras detta helt eller delvis av att armeringen hårdnar ytterligare och armeringsspänningen ökar. Sammantaget skulle detta kunna medföra att tvärsnittets momentkapacitet, verkligheten, förblir någorlunda oförändrat med en ökad plastisk deformation som följd.

I Figur 2.43 visas att höga värden på spänningskvoten η_f medför att momentkvoten η_M snabbt minskar med ökande ω_s ¹². För $\omega_s \geq 0,100$ erhålls ungefär samma värde på η_M oberoende av värde på η_f . Eftersom η_M utgör en väsentlig parameter vid bestämning av den plastiska ledens utbredning, och därmed även storleken på den resulterande plastiska rotationskapaciteten θ_{pl} , så indikerar detta att inverkan av η_f på θ_{pl} skulle minska drastiskt när $\omega_s \geq 0,100$. En jämförelse av detta kan göras med Figur 2.26 i avsnitt 2.3.8. Där visas hur kvoten θ_{pl} , enligt bakgrunden till Eurokod 2, påverkas av de armeringsegenskaper som även har antagits i Figur 2.43. I Figur 2.26 erhålls också en minskad θ_{pl} vid ökande värde på x/d ($\omega_s = 0,8 \cdot x/d$, se ekvation (2.22)), dock långt ifrån lika drastisk som den som indikeras i Figur 2.43. Detta indikerar att andra effekter än de som beskrivs i Figur 2.43 har beaktats vid framtagandet av Figur 2.26. De konceptuella resultaten från Figur 2.26, dvs. att en ökning av spänningskvoten η_f har en betydande gynnsam inverkan på den plastiska rotationskapaciteten stämmer även bättre överens med observationer från försök. Med anledning av detta bedöms det här vara acceptabelt att approximera att $\eta_M \approx \eta_f$ vid ω_s för vilka avvikelserna är ”tillräckligt liten”. Här föreslås att denna gräns sätts som

¹² Det kan visas att storleken på f_y har en viss inverkan på η_M – ett minskat f_y ger ett ökat η_M . Detta medför att redovisade samband blir något konservativa vid jämförelse med Ks 40 – detta eftersom $f_y = 500$ MPa har använts i samtliga beräkningar medan korrekt värde för Ks 40 motsvarar 400 MPa. Orsaken till denna skillnad är att M_y minskar med minskande värde på f_y medan M_u är konstant med ω_s oavsett värde på f_y – därmed ökar också kvoten η_M med minskande värde på f_y .

$$\eta_M \geq 1 + \frac{2}{3} \cdot (\eta_f - 1) \quad (2.106)$$

vilket då medför att approximationen $\eta_M \approx \eta_f$ bedöms vara acceptabel när $\omega_{s,M} \leq [0,150, 0,150, 0,100, 0,070, 0,045]$ för $\eta_f = [1,05, 1,08, 1,15, 1,20, 1,30]$. För större värden bör dock ett annat förhållande mellan η_M och η_f användas.

2.5.7 Plastisk krökning

I avsnitt 2.3.7 påtalas att den plastiska krökningen likställs med den totala krökningen i Bk 25 (och därmed FKR). Om den totala krökningen är stor får denna approximation liten inverkan men när så inte är fallet kan denna skillnad vara viktig. Med anledning av detta har en kontroll av skillnaden gjorts för de jämförelser som görs i Figur 2.43 i avsnitt 2.5.6.

I Figur 2.43 presenteras kvoten

$$\eta_{\kappa,pl} = \frac{\kappa_{pl}}{\kappa_{tot}} \quad (2.107)$$

som en streckad svart linje, där κ_{pl} och κ_{tot} är plastisk respektive total krökning, jämför ekvation (2.27) i avsnitt 2.3.2. Denna kvot varierar i princip linjärt över stora delar av det visade området. För låga värden på ω_s begränsas dock kvoten till ett övre värde som beror på armeringens brotttöjning ε_{su} . Sambandet som presenteras i Figur 2.43 härrör från K500C, dvs. $\varepsilon_{su} = 75$ ‰. För K500A ($\varepsilon_{su} = 25$ ‰) och K500B ($\varepsilon_{su} = 50$ ‰) fås $\eta_{\kappa,pl,max} \approx 0,90$ respektive $0,95$ medan Ks 40 (1) ($\varepsilon_{su} = 125$ ‰) ger $\eta_{\kappa,pl,max} \approx 0,98$ – dvs. ett minskat värde på ε_{su} medför också ett minskat värde på $\eta_{\kappa,pl,max}$.

Baserat på detta kan den plastiska krökningskvoten approximativt skrivas som

$$\eta_{\kappa,pl} = \min \begin{cases} 1 - 1,2 \cdot \omega_s \\ \eta_{\kappa,pl,max} \end{cases} \quad (2.108)$$

där $\eta_{\kappa,pl,max} = [0,90, 0,95, 0,97]$ när $\varepsilon_{su} = [25, 50, \geq 75]$ ‰.

2.5.8 Fullständiga samband för plastisk deformationsförmåga

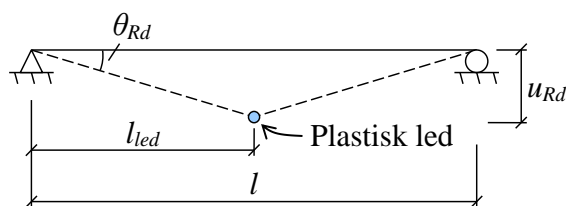
Baserat på vad som anges i avsnitt 2.5.2 till 2.5.7 så presenteras i detta avsnitt fullständiga samband för uppskattning av den plastiska deformationskapaciteten u_{Rd} i en armerad betongkonstruktion. Denna beräknas på formen

$$u_{Rd} = \theta_{Rd} \cdot l_{led} \quad (2.109)$$

där θ_{Rd} är plastisk rotationskapacitet och l_{led} är avstånd mellan strukturens stöd och placering av den plastiska leden, jämför schematisk illustration i Figur 2.44. Den plastiska rotationskapaciteten uttrycks i sin tur på formen

$$\theta_{Rd} = a \cdot \kappa_{pl} \quad (2.110)$$

där a är total längd på den plastiska leden och κ_{pl} är den maximala plastiska krökningen i tvärsnittet där den plastiska leden uppstår.



Figur 2.44 Samband mellan plastic rotationskapacitet θ_{Rd} and plastisk deformationskapacitet u_{Rd} i en fritt upplagd balk.

Enligt ekvation (2.96) kan längden a skrivas som

$$a = a_V + a_{pl} \quad (2.111)$$

där $a_V = 0$ eller $0,5 \cdot d$, beroende på förekomst av tvärkraft i den plastiska leden, och a_{pl} är ekvivalent längd på den plastiska leden enligt ekvation (2.98) till (2.101). Med användande av ekvation (2.60) kan den totala krökningen uttryckas som

$$\kappa_{tot} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{s,ef}}{d \cdot (0,8 - \omega_s)} \\ \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{cu}}{d \cdot \omega_s} \end{array} \right. \quad (2.112)$$

varvid den plastiska krökningen kan skrivas som

$$\kappa_{pl} = \eta_{\kappa,pl} \cdot \kappa_{tot} \quad (2.113)$$

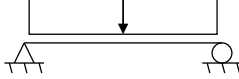
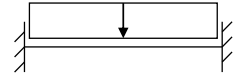
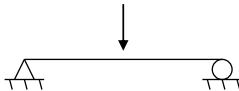
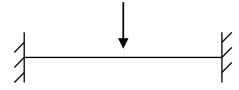
där $\eta_{\kappa,pl}$ är den plastiska krökningskvoten enligt ekvation (2.108). Den effektiva armeringstjockning $\varepsilon_{s,ef}$ i ekvation (2.112) kan, enligt avsnitt 2.5.4, skrivas som

$$\varepsilon_{s,ef} = \beta \cdot \varepsilon_{su} \quad (2.114)$$

där β är en faktor som approximativt beaktar inverkan av dragen betong mellan sprickor och ε_{su} är armeringens brotttjockning. Utgående från ekvation (2.109) till (2.114), samt med användande av att $l_{led} = l/2$, så fås uttryck för plastisk deformationsförmåga u_{Rd} enligt Tabell 2.10. Anvisning för dimensionslösa parametrar ges i Tabell 2.11.

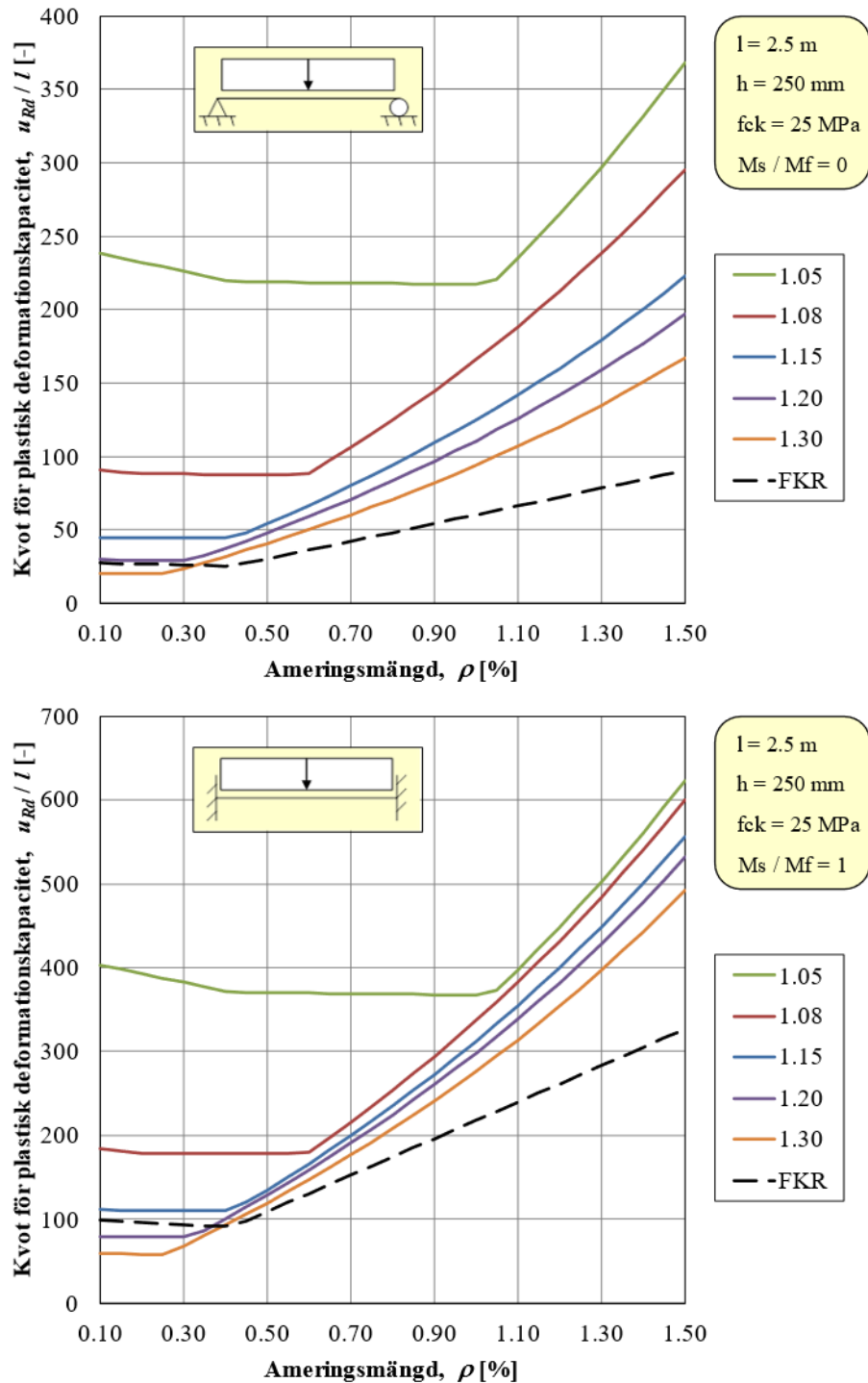
I Figur 2.45 till Figur 2.48 jämförs kvoten för plastisk deformationskapacitet mellan samband enligt Tabell 2.10 och FKR enligt avsnitt 2.2.2. I utförda jämförelser har $\eta_M = \eta_f$ approximativt använts utan hänsyn till villkor i ekvation (2.106). I praktiken innebär detta att deformationskapaciteten underskattas för armering med liten seghetskvot ($\eta_f = 1,05$ och $1,08$) medan deformationskapaciteten överskattas för armering med stor seghetskvot ($\eta_f = 1,15$, $1,20$ och $1,30$) när den mekaniska armeringskvoten uppnår en tillräckligt hög nivå ($\omega_s > 0,100$, $0,070$ respektive $0,045$), se textstycke under ekvation (2.106). Av jämförelsen kan noteras att nuvarande FKR nästan genomgående ger högre deformationsförmåga än vad föreslagna samband medför. Blå linje, märkt "1,15", motsvarar K500C och är den typ av armering som normalt används i Sverige idag.

Tabell 2.10 Sammanställning av uttryck för bestämning av plastisk deformationskapacitet u_{Rd} . Dimensionslösa parametrar förklaras i Tabell 2.11.

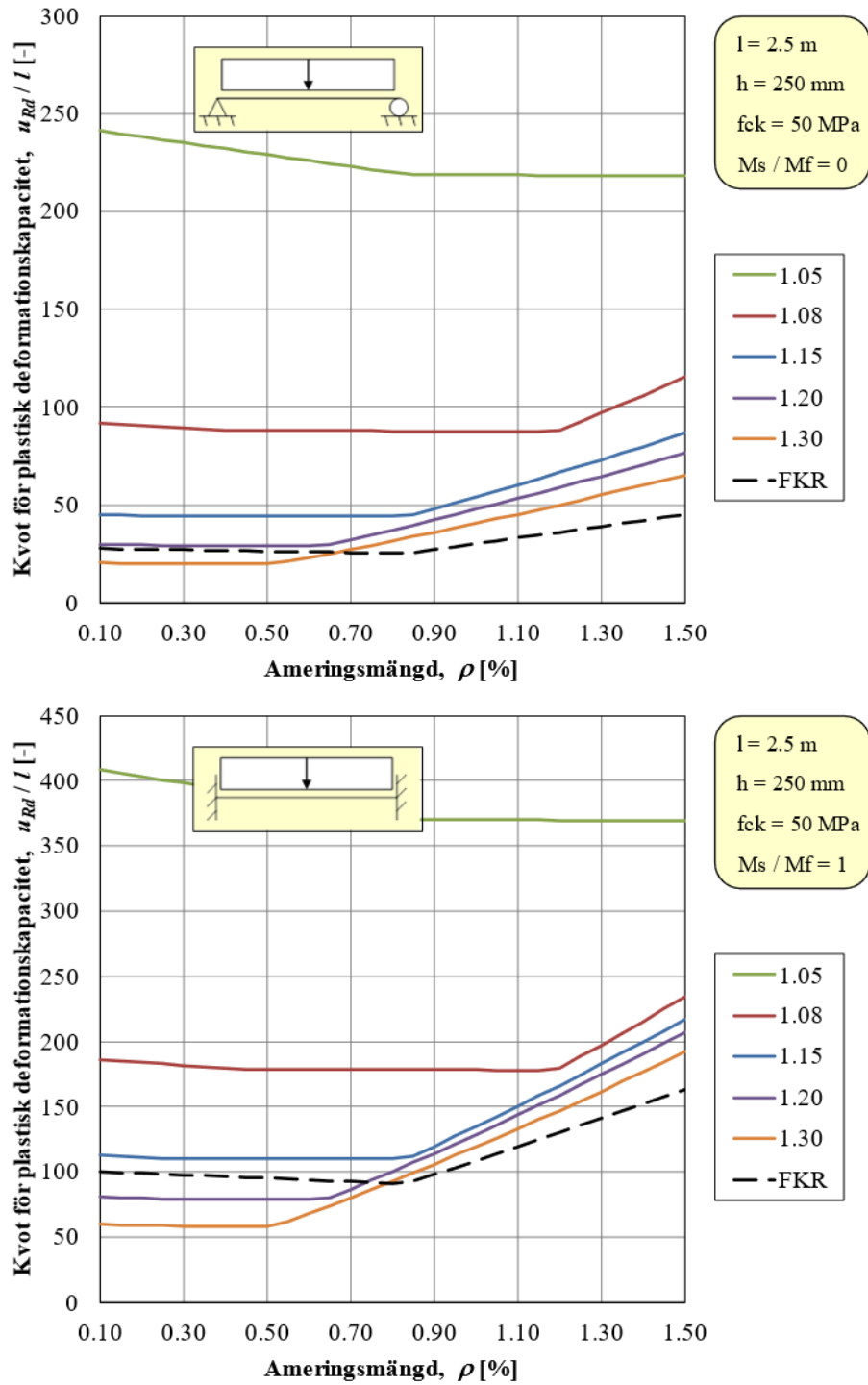
Lastfall	Kriterium	Samband
Jämnt utbredd last, fritt upplagd balk 	Armering	$u_{Rd,s} = \frac{0,4 \cdot \eta_{\kappa,pl}}{3} \cdot \left(\frac{\beta \cdot \varepsilon_{su}}{0,8 - \omega_s} \right) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_M}} \cdot \frac{l^2}{d}$
	Betong	$u_{Rd,c} = \frac{0,4 \cdot \eta_{\kappa,pl}}{3} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\omega_s} \right) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\eta_M}} \cdot \frac{l^2}{d}$
Jämnt utbredd last, fast inspänd balk 	Armering	$u_{Rd,s} = 0,2 \cdot \eta_{\kappa,pl} \cdot \left(\frac{\beta \cdot \varepsilon_{su}}{0,8 - \omega_s} \right) \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \cdot \frac{l}{d} \right] \cdot l$
	Betong	$u_{Rd,c} = 0,2 \cdot \eta_{\kappa,pl} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\omega_s} \right) \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \cdot \frac{l}{d} \right] \cdot l$
Punktlast, fritt upplagd balk 	Armering	$u_{Rd,s} = 0,2 \cdot \eta_{\kappa,pl} \cdot \left(\frac{\beta \cdot \varepsilon_{su}}{0,8 - \omega_s} \right) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \cdot \frac{l}{d} \right] \cdot l$
	Betong	$u_{Rd,c} = 0,2 \cdot \eta_{\kappa,pl} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\omega_s} \right) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \cdot \frac{l}{d} \right] \cdot l$
Punktlast, fast inspänd balk 	Armering	$u_{Rd,s} = 0,2 \cdot \eta_{\kappa,pl} \cdot \left(\frac{\beta \cdot \varepsilon_{su}}{0,8 - \omega_s} \right) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \cdot \frac{l}{d} \right] \cdot l$
	Betong	$u_{Rd,c} = 0,2 \cdot \eta_{\kappa,pl} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\omega_s} \right) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta_M} \right) \cdot \frac{l}{d} \right] \cdot l$

Tabell 2.11 Sammanställning av dimensionslösa parametrar som används för samband i Tabell 2.10.

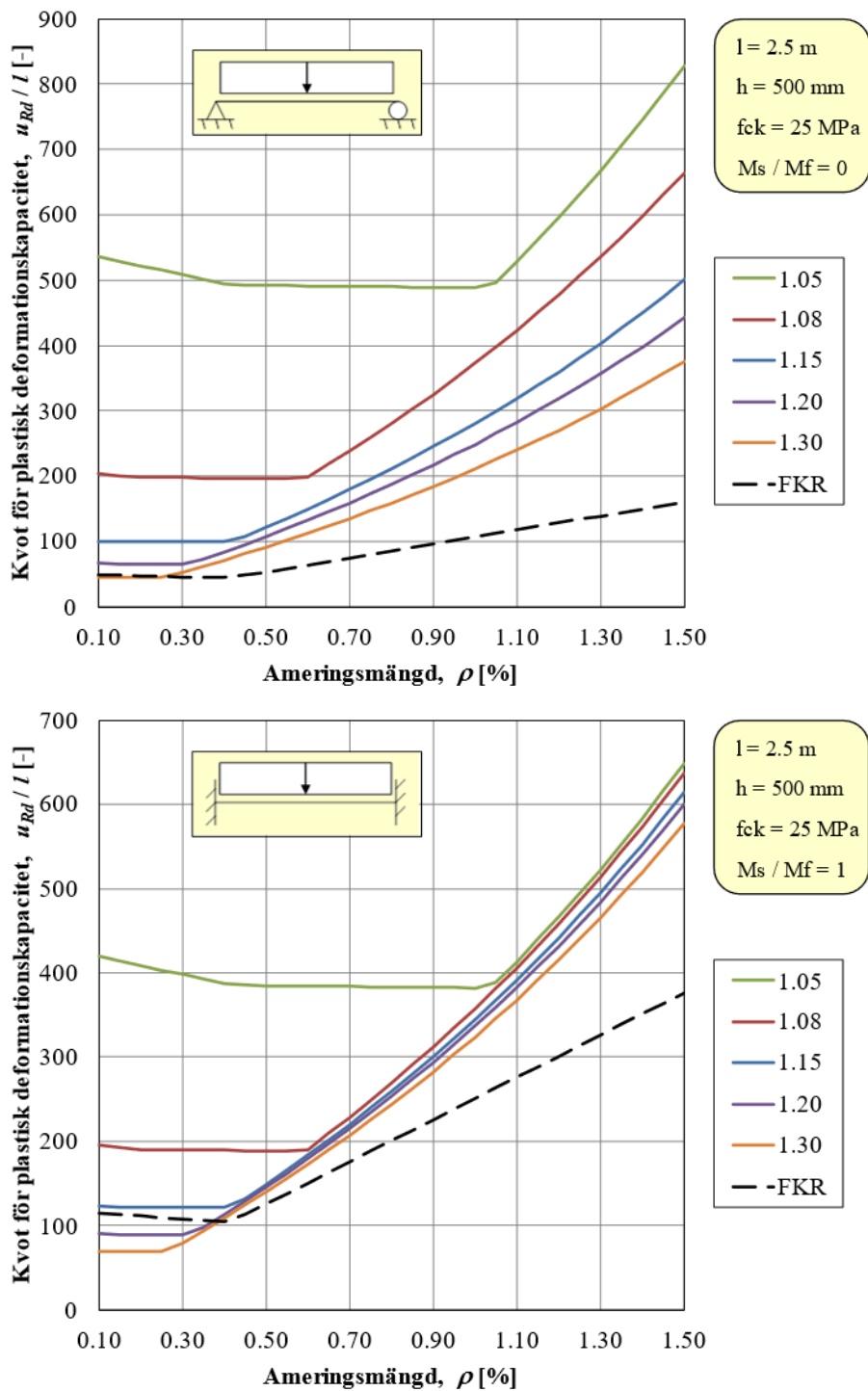
Parameter	Samband
Plastisk krökningskvot	$\eta_{\kappa,pl} = \min \begin{cases} 1 - 1,2 \cdot \omega_s \\ \eta_{\kappa,pl,max} \end{cases}$ $\eta_{\kappa,pl,max} = [0,90, 0,95, 0,97] \text{ när } \varepsilon_{su} = [25, 50, \geq 75] \%$
Faktor för effektiv armeringstjörning	$\beta = \frac{\varepsilon_{s,ef}}{\varepsilon_{su}}, \beta = 0,4 \text{ föreslås}$
Inspänningsgrad	$\alpha = \frac{M_s}{M_f} \approx [N = 0] \approx \frac{\rho_s}{\rho_f}$
Momentkvot	$\eta_M = \frac{M_u}{M_y} \approx \frac{f_u}{f_y} = \eta_f$ <p>om $\omega_s \leq [0,150, 0,150, 0,100, 0,070, 0,045]$ för $\eta_f = [1,05, 1,08, 1,15, 1,20, 1,30]$.</p>



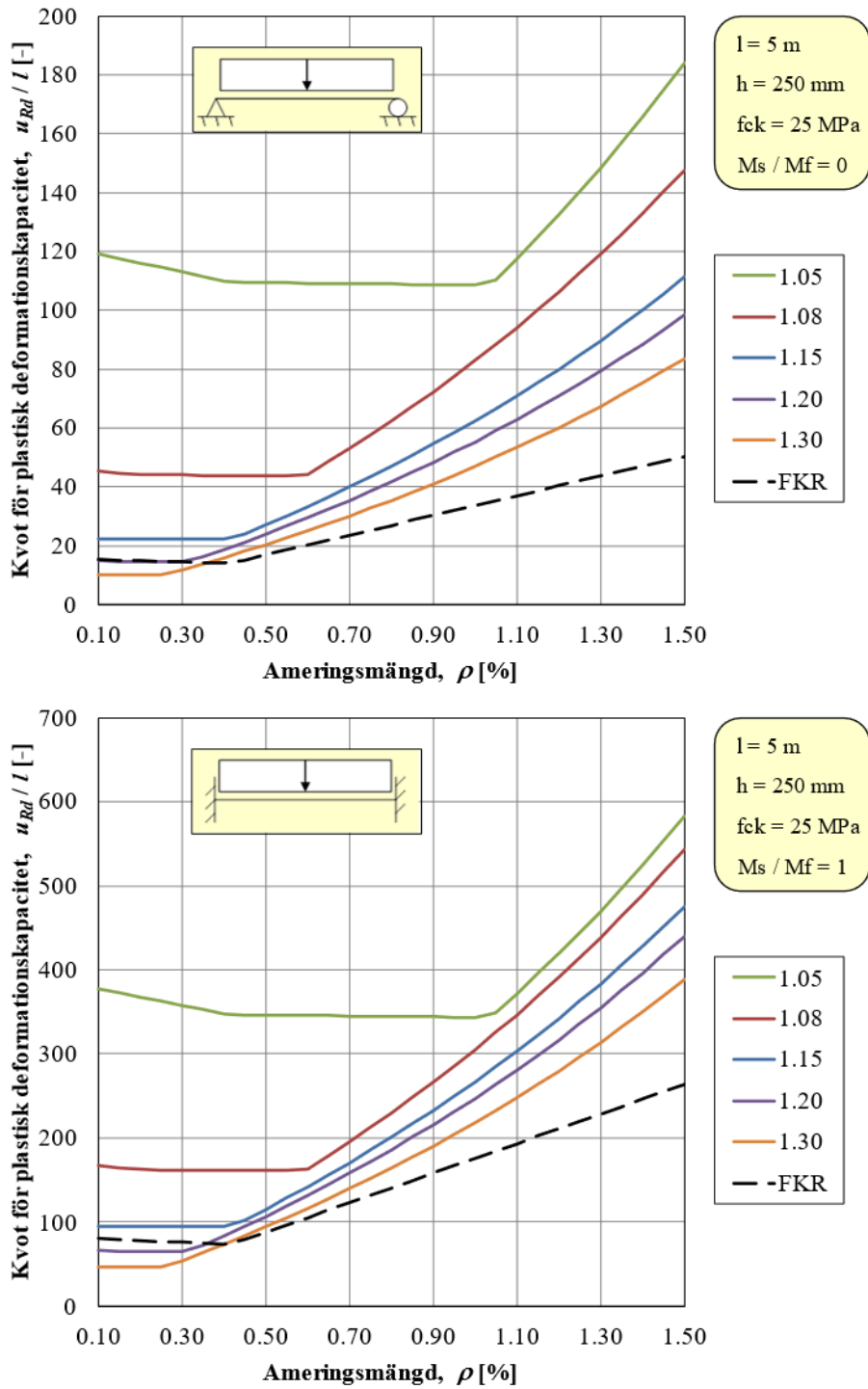
Figur 2.45 Jämförelse av kvoten för plastisk deformationskapacitet för varierande armeringsmängd när basfall enligt avsnitt 2.4.1 används. Jämförelse görs mellan Tabell 2.10 och ursprungliga samband i FKR ($\varepsilon_{s,ef} = 30$ %).



Figur 2.46 Jämförelse av kvoten för plastisk deformationskapacitet för varierande armeringsmängd när en betonghållfasthet på $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ används. Jämförelse görs mellan Tabell 2.10 och ursprungliga samband i FKR ($\varepsilon_{s,ef} = 30 \%$).



Figur 2.47 Jämförelse av kvoten för plastisk deformationskapacitet för varierande armeringsmängd när en höjd $h = 500$ mm används. Jämförelse görs mellan Tabell 2.10 och ursprungliga samband i FKR ($\epsilon_{s,ef} = 30$ %).



Figur 2.48 Jämförelse av kvoten för plastisk deformationskapacitet för varierande armeringsmängd när en längd $l = 5,0$ m används. Jämförelse görs mellan Tabell 2.10 och ursprungliga samband i FKR ($\varepsilon_{s,ef} = 30$ %).

2.6 Saker som inte beaktats

2.6.1 Jämförelse med statistiska försök

Någon jämförelse mellan föreslagna anvisningar i avsnitt 2.5.8 och försök görs inte i denna rapport. Det är dock av stort värde att en sådan jämförelse genomförs, varvid resultat från försök utförda på exempelvis Chalmers, KTH och FOI under 1990-talet och framåt bedöms vara lämpliga att utgå ifrån.

2.6.2 Inverkan av normalkraft

De uttryck som ges i avsnitt 2.5.8 är framtagna med antagande om att normalkraften $N = 0$. När så inte är fallet fås konsekvenser enligt nedan:

- FKR:s uttryck för stödmoment är enbart giltigt när $N = 0$.
 - Nuvarande uttryck utgår från kvoten $M_s / (M_s + M_f)$ och för en mer generell formulering är det bättre att utgå från ett sådant förhållande istället för att, som nu, utgå från armeringskvot ρ_s och ρ_f i stöd respektive fält.
- När $N \neq 0$ kommer förhållande mellan M_u / M_y och f_u / f_y att ändras. Om N är tryckt minskar kvoten M_u / M_y , vilket innebär att den plastiska ledens utbredning l_{pl} – och därmed även rotationskapaciteten θ_{pl} – minskar.
 - En sådan effekt beaktas inte i något av de regelverk som har undersökts i denna rapport. Studier där normalkraftens inverkan på deformationsförmågan har ingått har utförts av bland annat FOI (2017, 2019).
 - Närvaron av en tryckande normalkraft medför även en ökning av kvoten x / d , vilket beroende på armeringsmängd, kan ha både positiv (ρ låg) och negativ (ρ hög) effekt på den plastiska rotationskapaciteten. En sådan ökning av x / d fångas dock inte i nuvarande eller föreslagna uttryck i FKR – en anpassning är nödvändig för att korrekt beakta inverkan av detta, exempelvis via införandet av en ekvivalent mekanisk armeringskvot $\omega_{s,ekv}$ som beror på både ω_s och N .
 - När den tryckande normalkraften är stor, t.ex. i en pelare, kan detta få betydande effekter på tillåten plastisk deformationsförmåga.

2.6.3 Övrigt

Nedan listas exempel på övriga faktorer/fenomen som inte beaktas i nuvarande version av FKR eller förslag på justerad FKR men som bedöms vara värdefulla att ha i åtanke för framtida arbete:

- **Byglar:** Tvärkraftsbyglars potentiellt gynnsam inverkan på den plastiska deformationsförmågan beaktas inte. Det skulle dock vara konceptuellt möjligt att approximativt ta hänsyn till detta genom att öka betongens brottöjning ε_{cu} som en funktion av bygelmängden. Hur ett sådant samband skulle kunna se ut har dock inte närmare undersökts i denna rapport.

- **Storlekseffekt:** Inverkan av storlekseffekt beaktas inte. Inverkan av detta skulle dock förmodligen kunna beaktas approximativt genom att storleken på betongens brotttöjning ε_{cu} varierar med t.ex. effektiv höjd d . Hur ett sådant samband skulle kunna se ut har dock inte närmare undersökts i denna rapport.
- **Töjningshastighetseffekter:** Höga töjningshastighetseffekter blir en naturlig konsekvens vid impulsbelastning mot en struktur. Detta medför att det utsatta materialet blir starkare och styvare men i regel också förlorar i seghet. För armering medför detta t.ex. att dess flytspänning f_y och brottspänning f_u ökar med ökande töjningshastighet. Dock är ökningen större för f_y än för f_u (DoD, 2008), vilket innebär att spänningskvoten η_f kommer minska med ökande töjningshastighet. Vid tillräckligt höga töjningshastigheter kan det således finnas en risk att f_y ”hinner ikapp” f_u , dvs. att η_f går mot 1,00, varvid en reduktion av deformationsförmågan också skulle erhållas. Detta indikerar att deformationsförmågan bör minska vid impulsbelastning jämfört med vid statisk belastning. Flera försöksserier på Chalmers visar dock att så inte nödvändigtvis är fallet – istället har det där observerats att en impulsbelastning kan ha en gynnsam inverkan på bland annat uppsprickningen, med en ökad deformationsförmåga som följd (Lozano och Makdesi, 2017; Jönsson och Stenseke, 2018; Andersson och Pettersson, 2019; Nigani och Nordström, 2020; Eriksson och Gustafsson, 2021).
- **Stödavglidning:** Det saknas anvisning för kontroll av om belastad struktur riskerar att glida av sina upplag när den utsätts för stora deformationer. Beroende på den belastade strukturens utseende och randvillkor kan det dock vara lämpligt att ha med en kompletterande kontroll med avseende på detta.
- **Fiberarmering:** Närvaron av fibrer i betongen skulle kunna medföra en ökad seghet hos en struktur där betongkrossning begränsar deformationsförmågan (Magnusson och Hallgren, 2000, 2003). Det kan dock även finnas risk att fiberbetong skulle kunna medföra en minskad deformationsförmåga i strukturer där avslitning av armering är det som begränsar deformationsförmågan (Leppänen *et al.*, 2020).

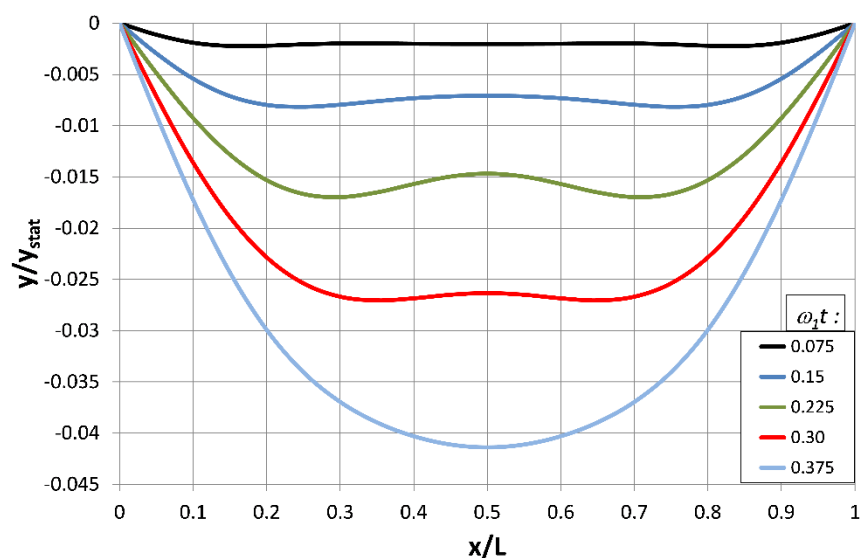
3 Tvärkraft

3.1 Dynamisk skjuvspännvidd och upplagsreaktion

3.1.1 Orientering

Vid dynamiska belastningar under mycket kort tid, t.ex. impulslaster, deformeras en balk med en fördröjd effekt vilket initialt ger deformationer med lokala krökningar nära upplagen. De mittersta delarna av balken förblir raka i det initiala skedet och böjer ut först i det slutliga, oftast plastiska, skedet av deformationsförloppet. Denna effekt är bl.a. beskriven och härledd av Magnusson *et al.* (2014), se Figur 3.1. Lasten antas här vara jämnt utbredd över balken.

Effekten medför att skjuvspännvidden i det initiala skedet är kortare än vid full utsvängning i slutskedet där skjuvspännvidden motsvarar den statiska skjuvspännvidden, dvs. avståndet från centrum för statisk last på halva balken till upplag. I det följande redovisas härledningar till de dynamiska skjuvspännvidderna som återfinns i FKR samt alternativ där tröghetskrafter medräknas. I avsnitt 3.1.5 återges metoden som återfinns i FKR för bestämning av den dynamiska upplagsreaktionen i det initiala skedet. Ingen ändring av denna förslås här.



Figur 3.1 Beräknade deformationsformer vid olika tidsskeden för en fritt upplagd balk belastad med en jämnt utbredd explosionslast. Från Magnusson *et al.* (2014).

3.1.2 Skjuvspännvidd, allmän härledning

Förutsättningen är en fritt upplagd balk utsatt för en jämnt fördelad explosionslast. Antag att balkens utböjningsform i tidigt skede består av böjning endast vid stödets närområden och med en rak mittdel. Avståndet från stöd till maximalt böjmoment betecknas x_m , och V_d är dimensionerande tvärkraft. Det antas att V_d hamnar någonstans mellan stöd och maximalt böjmoment.

Antag att tvärkraftkapaciteten är en funktion enligt

$$f(x) = \frac{k}{x/d} \quad (3.1)$$

där k är en konstant, och x och d betecknar skjuvspännvidden och effektiva höjden.

Definiera en funktion som betecknar kvoten mellan den tvärkraft som uppstår pga. lasten och tvärsnittets tvärkraftkapacitet, enligt

$$g(x) = \frac{V_0 \cdot (1 - x/x_m)}{f(x)} = \frac{V_0 \cdot (1 - x/x_m) \cdot x/d}{k} = \frac{V_0}{k \cdot d} \left(x - \frac{x^2}{x_m} \right) \quad (3.2)$$

Nu ska avståndet x hittas, vilket ger maximal belastande tvärkraft på ett tvärsnitt samtidigt som tvärsnittets tvärkraftkapacitet är minimal.

Maximera genom derivering:

$$\frac{dg}{dx} = \frac{V_0}{k \cdot d} \cdot \left(1 - \frac{2x}{x_m} \right) = 0 \quad (3.3)$$

Förenkling av uttrycket ger $x = x_m/2$ och alltså är skjuvspännvidden

$$a = \frac{x_m}{2} \quad (3.4)$$

Detta ger dels att skjuvspännvidden för en utbredd last är 0,25 av den utböjda balkdelens spännvidd, och dels att det är i detta snitt som balken utsätts för den största tvärkraften i relation till balkens tvärkraftkapacitet. Konsekvensen av detta är att dimensionerande tvärkraft V_d är hälften av upplagsreaktionen, därav ekvationen längst ned på sid 16 i FortSkydd (bilaga i FKR).

Man kan alternativt härleda skjuvspännvidden med det statiska fallet för en fritt upplagd balk med längden L och lasten q . Avståndet från upplag till max böjmoment x_m är då $L/2$. De välkända sambanden för böjmoment M och tvärkraft V enligt statiken är:

$$M = \frac{qL^2}{8} \quad (3.5)$$

$$V = \frac{qL}{2} \quad (3.6)$$

Den statiska skjuvspännvidden är:

$$a = \frac{M}{V} = \frac{qL^2}{8} \cdot \frac{2}{qL} = \frac{L}{4} = \frac{x_m}{2} \quad (3.7)$$

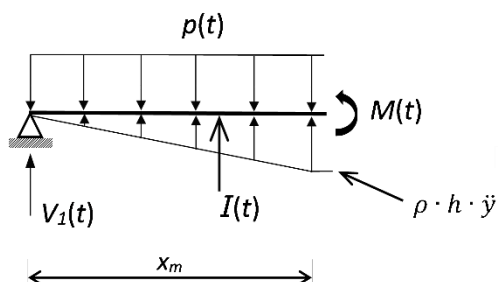
vilket således ger samma resultat som i ekvation (3.4).

3.1.3 Dynamisk skjivspännvidd för fritt upplagd balk

Utan masströghet

I första antagandet försummas inverkan av masströgheten. Avståndet x_m är från stöd till maximalt böjande moment. På avstånd $> x_m$ räknas balken som rak, dvs. moment och tvärkrafter är = 0.

Dynamisk jämvikt upprätthålls enligt Figur 3.2, där $I(t)$ betecknar tröghetskrafternas resultant.



Figur 3.2 Dynamisk jämvikt för ändsektion av fritt upplagd balk.

Medurs rotation kring upplaget ger

$$p(t) \cdot x_m \cdot \frac{x_m}{2} - M(t) = 0 \quad (3.8)$$

där p är det maximala trycket från explosionslasten och

$$M = \frac{q \cdot L^2}{8} \quad (3.9)$$

där q är den statiska bärförmågan. Omskrivet ger detta

$$p \cdot \frac{x_m^2}{2} = \frac{q \cdot L^2}{8} \quad (3.10)$$

och

$$\frac{x_m}{L} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{q}{p}} = 0,5 \cdot \sqrt{\frac{q}{p}} \quad (3.11)$$

Alltså är

$$\frac{a}{L} = 0,25 \cdot \sqrt{\frac{q}{p}} \quad (3.12)$$

Detta uttryck är angivet i FKR men med tillägg av en extra faktor 0,025. Denna faktor "lades skönmässigt till" så att inte a/L blir "för litet". Det slutliga uttrycket i FKR blir därför

$$\frac{a}{L} = 0,025 + 0,25 \cdot \sqrt{\frac{q}{p}} \quad (3.13)$$

Faktorn 0,025 kan möjligen ses som en säkerhetsfaktor så att skjivspännvidden får ett något förhöjt värde och balken därmed en lägre tvärkraftkapacitet.

I härledningen ovan antas att momentet M vid avståndet x_m från stöd, dvs. i snittet för den maximala utböjningen i det tidiga skedet, är lika med den statiska momentkapaciteten (flytmomentet) enligt ekvation (3.9). Detta är inte alltid nödvändigtvis sant, men ger dock en skjuvspännvidd som är på säkra sidan.

Med masströghet

I det följande redovisas en härledning där inverkan av masströgheten $I(t)$ beaktas. Balkens centrala del rör sig initialt som en rak balkdel (inga M och V) vilket innebär att enbart en förflyttning av massa sker. Detta ger enligt Newtons andra lag

$$p = \rho \cdot h \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (3.14)$$

där y betecknar rörelsen nedåt. Med en antagen triangulär utböjningsform och därmed triangulär fördelning av tröghetskrafterna blir resulterande masströgheten

$$I = \frac{p \cdot x_m}{2} \quad (3.15)$$

Medurs rotation kring upplaget ger:

$$p \cdot x_m \cdot \frac{x_m}{2} - \frac{1}{2} \cdot p \cdot x_m \cdot \frac{2}{3} \cdot x_m - \frac{q \cdot L^2}{8} = 0 \quad (3.16)$$

$$p \cdot x_m^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{q \cdot L^2}{8} \quad (3.17)$$

$$\frac{x_m}{L} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{q}{p}} \approx 0,866 \sqrt{\frac{q}{p}} \quad (3.18)$$

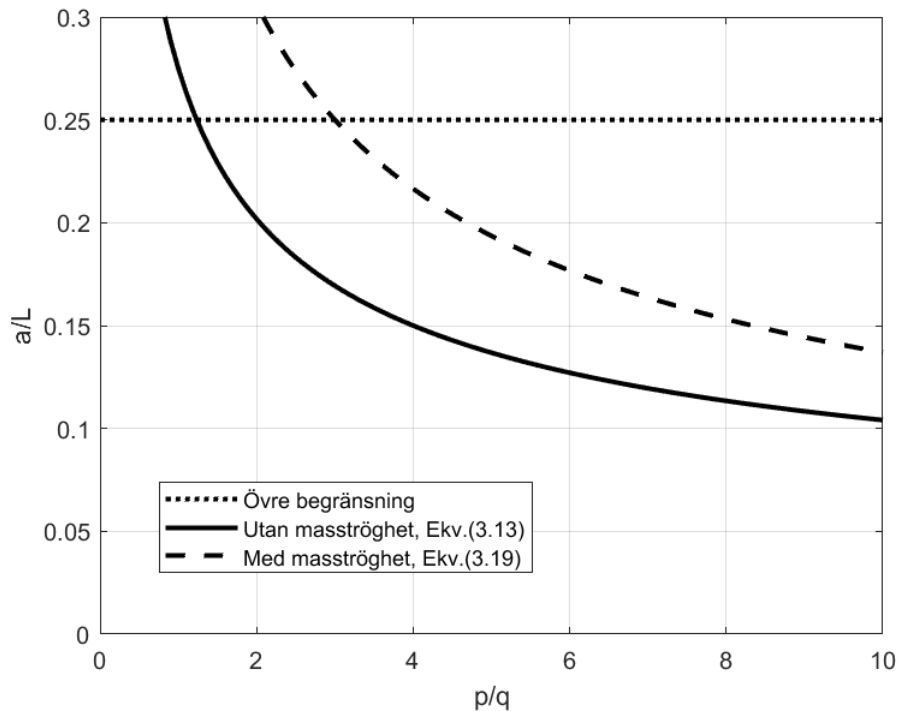
Alltså:

$$\frac{a}{L} \approx 0,433 \sqrt{\frac{q}{p}} \quad (3.19)$$

Genom att även beakta tröghetskrafterna (som finns) så beräknas ett större värde på skjuvspännvidden. Tillägget med 0,025 i nuvarande uttryck i FKR kan "rädda" den beräknade skjuvspännvidden så att den hamnar närmare det senast härledda uttrycket med medverkan av tröghetskrafter.

Även i denna härledning med tröghetskrafter antas att maximala momentet motsvara den statiska kapaciteten. Ett lägre värde på böjmomentet skulle ge en skjuvspännvidd med beaktad masströghet som skulle ligga närmare ekvation (3.13)).

Figur 3.3 visar den dynamiska skjuvspännvidden enligt ekvation (3.13) utan masströghet och ekvation (3.19) med masströghet som funktion av kvoten mellan det maximala trycket p och den statiska bärförmågan q . Även den övre begränsningen $a/L = 0,25$ för skedet med full utsvängning är inlagd i figuren.



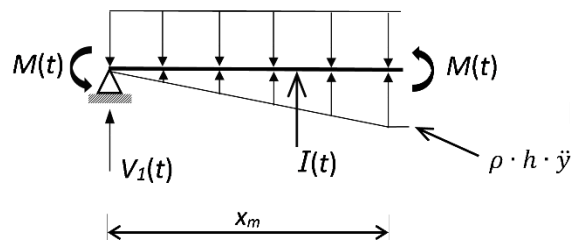
Figur 3.3 Dynamisk skjuvspännvidd a/L som funktion av kvoten p/q för fritt upplagd balk.

3.1.4 Dynamisk skjuvspännvidd för fast inspänd balk

Utan masströghet

I ett första antagande försummas inverkan av masströgheten. Avståndet x_m är från stöd till snitt med maximalt böjande moment. På avstånd $> x_m$ räknas balken som rak, dvs. moment och tvärkrafter är = 0.

Dynamisk jämvikt ges enligt Figur 3.4. Här betecknar $I(t)$ tröghetskrafternas resultant, vilken beaktas i nästa avsnitt. I fält och vid stöd antas moment där armeringens sträckgräns uppnås.



Figur 3.4 Dynamisk jämvikt för ändsektion av fast inspänd balk.

Medurs rotation kring upplaget, utan tröghetskrafter, ger

$$p(t) \cdot x_m \cdot \frac{x_m}{2} - M(t) - M(t) = 0 \quad (3.20)$$

som med $M = qL^2 / 8$ insatt ger

$$p \cdot \frac{x_m^2}{2} = \frac{q \cdot L}{4} \quad (3.21)$$

och slutligen

$$\frac{x_m}{L} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{q}{p}} \quad (3.22)$$

Alltså:

$$\frac{a}{L} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot \frac{q}{p}} \approx 0,354 \cdot \sqrt{\frac{q}{p}} \quad (3.23)$$

På samma sätt som för fritt upplagd balk finns i FKR ett tillägg, men här med faktorn 0,01. Detta ger:

$$\frac{a}{L} = 0,01 + 0,35 \cdot \sqrt{\frac{q}{p}} \quad (3.24)$$

Med masströghet

Inverkan av masströgheten $I(t)$ tas med i följande härledning. Som för en fritt upplagd balk gäller för resulterande masströgheten enligt ekvation (3.15):

$$I = \frac{p \cdot x_m}{2}$$

Medurs rotation kring upplaget ger

$$p \cdot x_m \cdot \frac{x_m}{2} - \frac{1}{2} \cdot p \cdot x_m \cdot \frac{2}{3} \cdot x_m - \frac{q \cdot L^2}{4} = 0 \quad (3.25)$$

som utvecklas till

$$p \cdot x_m^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{q \cdot L^2}{4}$$

och ger

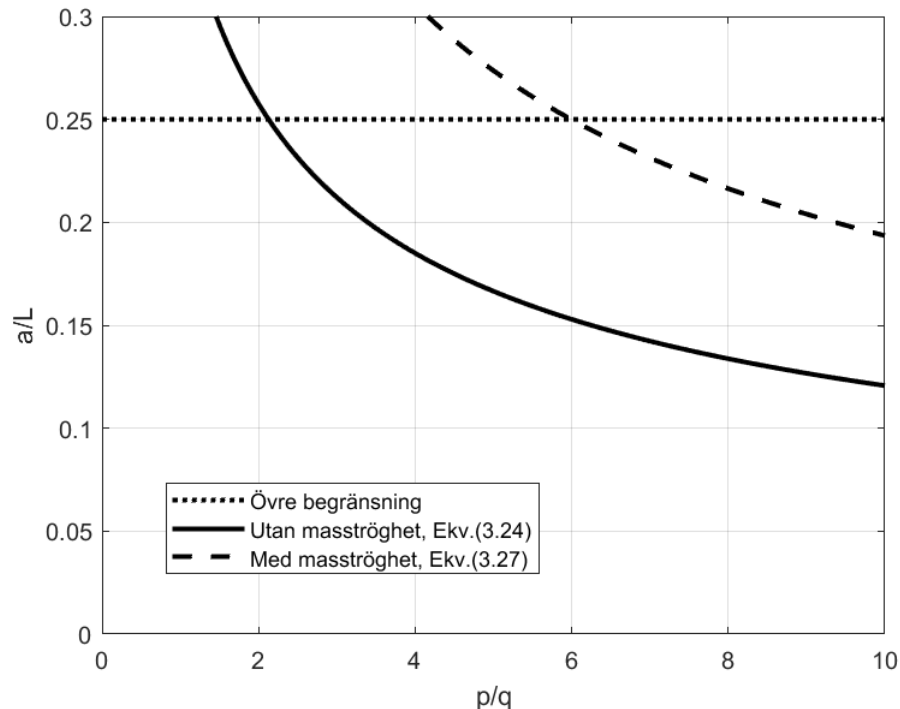
$$\frac{x_m}{L} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{q}{p}} \quad (3.26)$$

Alltså:

$$\frac{a}{L} = \sqrt{\frac{3}{8} \cdot \frac{q}{p}} \approx 0,612 \sqrt{\frac{q}{p}} \quad (3.27)$$

Figur 3.5 visar den dynamiska skjuvspännvidden enligt ekvation (3.24) utan masströghet och ekvation (3.27) med masströghet som funktion av kvoten mellan det maximala trycket p och den statiska bärförmågan q . Även den övre begränsningen $a/L = 0,25$ för skedet med full utsvängning är inlagd i figuren.

Skillnaden mellan ekvation (3.24) och ekvation (3.27) är ganska stor. Men liksom i fallet med fritt upplagd balk antas även i härledning med tröghetskrafter att max momentet motsvarar den statiska kapaciteten. Ett lägre värde på böjmomentet skulle ge en skjuvspännvidd med beaktad masströghet som skulle ligga närmare ekvation (3.27).



Figur 3.5 Dynamisk skjuvspännvidd a/L som funktion av kvoten p/q för fast inspänd balk.

3.1.5 Dynamisk upplagsreaktion

Enligt FKR bestäms den maximala stödreaktionen (vid ett stöd) i det initiala skedet till

$$R_d = \left(p \cdot \left(1 - \frac{\kappa_p^2}{\kappa_m} \right) + q \cdot \left(\frac{\kappa_p^2}{\kappa_m} \right) \right) \cdot b \cdot \frac{L}{2} \quad (3.28)$$

där b är balkens belastade bredd

κ_p är ekvivalent konstanten för kraft för en balk med jämnt utbredd last

κ_m är ekvivalent konstanten för massa för en balk med jämnt utbredd last.

För $p/q \leq 2$ är $\kappa_p = 0,64$ och $\kappa_m = 0,50$ (elastiskt fall), och för $p/q > 2$ är $\kappa_p = 0,50$ och $\kappa_m = 0,33$ (plastiskt fall).

3.2 Dimensionering för skjuvbrott

3.2.1 Orientering

Forskning vid KTH (Magnusson, 2019) visar att brottmekanismerna för dynamiska skjuvbrott i stort stämmer överens med de välkända statiska skjuvbrottmekanismerna. Därför görs här en indelning i två mekanismer:

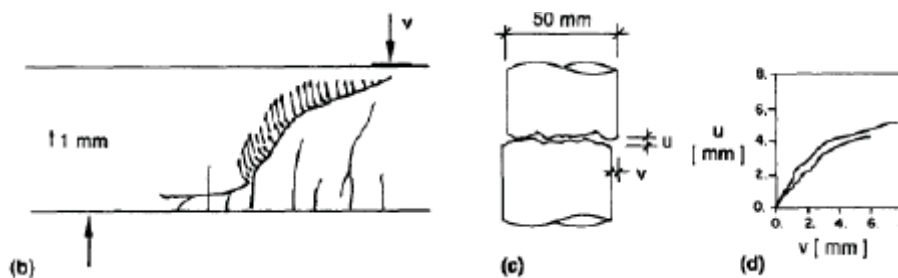
1. **Böjskjuvbrott**, för fall där skjuvspännvidden a är större än tvärsnittets effektiva höjd d , dvs. där $a > d$.
2. **Livtryckbrott**, för fall där $a \leq d$.

I det följande ges förslag på hur dimensionering för dessa två brottmekanismer kan utformas som underlag till en revidering av FKR. Båda dimensioneringsmetoderna baseras på rådande utkast till reviderad Eurokod 2 (CEN, 2018).

3.2.2 Dimensionering för böjskjuvbrott

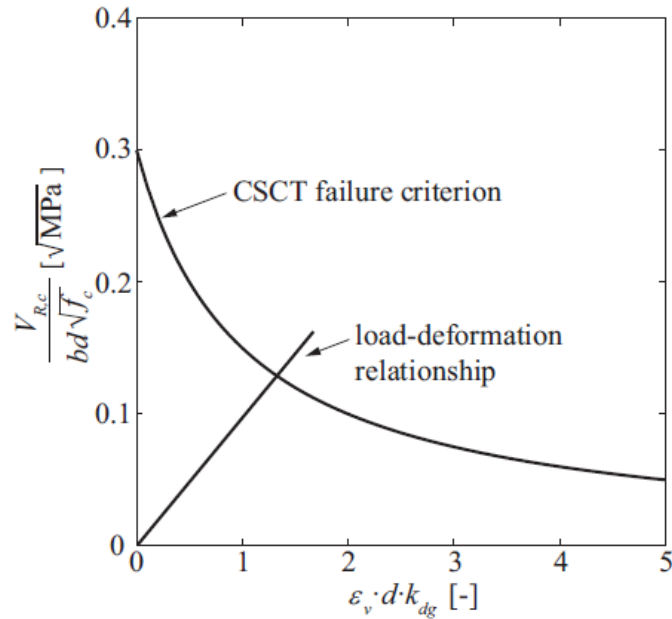
Critical Shear Crack Theory (CSCT)

Dimensioneringsanvisningar för böjskjuvbrott enligt CEN (2018) bygger på en mekanisk modell kallad Critical Shear Crack Theory (CSCT) som utvecklats av Muttoni och medarbetare (Muttoni, 1989). CSCT beskrivs kortfattad i det följande. Modellen bygger på ett brottkriterium som är en funktion friktionsmotståndet mellan sprickytorna i en kritisk skjuvspricka samt dess sprickbredd, se Figur 3.6.



Figur 3.6 Modell för deformationer i böjskjuvsprickan enligt CSCT, från Muttoni (1989).

Böjskjuvbrott enligt CSCT sker då friktionen mellan sprickytorna inte längre kan bära tvärkraften när skjuvsprickan når en kritisk bredd. Då sprickbredden beror på böjarmeringens töjning ε_v och tvärsnittets effektiva höjd d , samt att skjuvhållfastheten enligt modellen även beror på sprickytornas råhet beskriven med en faktor k_{dg} , kan brottkriteriet beskrivas som en avtagande funktion av dessa tre parametrarna, se Figur 3.7. I samma diagram kan även balkens last-deformationssamband ritas. Tvärkraften och deformationen där dessa två kurvor möts definierar böjskjuvbrottet och tvärkraftskapaciteten för den beräknade balken.



Figur 3.7 Brottkriterium för CSCT och last-deformationssamband, från Muttoni et al. (2018).

Sambanden kan matematiskt beskrivas med följande ekvationer. Beräkningen enligt den ursprungliga metoden med CSCT sker genom en interaktion mellan brottkriteriet

$$V_{R,c} = \frac{0,3}{1 + \epsilon_v \cdot d \cdot k_{dg}} \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d \quad (3.29)$$

och deformationen beskriven som böjarmeringstöjningen

$$\epsilon_v = \frac{M_E}{z \cdot A_s \cdot E_s} = \frac{M_E}{z \cdot \rho_1 \cdot b_w \cdot d \cdot E_s} = \frac{V_E \cdot a_{cs}}{z \cdot \rho_1 \cdot b_w \cdot d \cdot E_s} \quad (3.30)$$

där f_c är betongens tryckhållfasthet b_w är balkens livbredd
 z är balkens inre hävarm A_s är böjarmeringens tvärsnittsarea
 E_s är armeringsstålets E-modul ρ_1 är böjarmeringsinnehållet
 M_E är böjmomentet av lasteffekten V_E är tvärkraften av lasteffekten
 a_{cs} är skjuvspännvidden

Av ekvation (3.29) framgår att brottkriteriet är proportionellt mot kvadratroten ur betongens tryckhållfasthet. Denna term motsvarar proportionalitet mot betongens draghållfasthet och innebär därmed att brottkriteriet enligt CSCT också är en funktion av betongens draghållfasthet. CSCT ligger även delvis till grund för dimensioneringsanvisningarna i fib Model Code 2010, fib (2013).

Böjskjuvhållfasthet enligt CEN (1918)

I förslaget till ny dimensioneringsanvisning enligt CEN (2018) har den ovanstående modellen enligt CSCT förenklats till ekvationer utan behov av iterationer. En målsättning har också varit att hitta ett format för ekvationerna som liknar de som finns i den idag gällande Eurokod 2, SIS (2008).

I bakgrundsdokumentet till CEN (2018) (Muttoni et al., 2018) redovisas härledningen till denna förenkling som ger följande uttryck för böjskjuvhållfastheten:

$$\tau_{\text{Rdc}} = \frac{0,6}{\gamma_c} \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{1/3} \geq \tau_{\text{Rdc,min}} \quad (3.31)$$

där γ_c är partialkoefficienten för betong
 f_{ck} är betongens karakteristiska tryckhållfasthet
 ρ_1 är böjarmeringsinnehållet.

Koefficienten d_{dg} har enheten mm och beaktar stenstorleken i ballasten samt betonghållfasthets inverkan på friktionen i skjuvsprickan. Denna sätts till

$$\begin{cases} d_{\text{dg}} = 16 + D_{\text{lower}} \leq 40 \text{ mm} & \text{om } f_{\text{ck}} \leq 60 \text{ MPa} \quad (\text{a}) \\ d_{\text{dg}} = 16 + D_{\text{lower}} \cdot (60 / f_{\text{ck}})^2 \leq 40 \text{ mm} & \text{om } f_{\text{ck}} \geq 60 \text{ MPa} \quad (\text{b}) \end{cases} \quad (3.32)$$

där D_{lower} är den minsta stenstorleken i den grövsta ballastfraktionen enligt definitionen i betongstandarden EN 206, SIS (2021). Den mekaniska skjuvspännvidden a_v beräknas enligt

$$a_v = \sqrt{\frac{a_{\text{cs}}}{4} \cdot d} \leq d \quad (3.33)$$

Den effektiva skjuvspännvidden a_{cs} med avseende på ett kontrollsnitt beräknas som

$$a_{\text{cs}} = \left| \frac{M_{\text{Ed}}}{V_{\text{Ed}}} \right| \geq d \quad (3.34)$$

där M_{Ed} och V_{Ed} är dimensionerande böjmomentet och dimensionerande tvärkraft i kontrollsnittet. Ett minimum av böjskjuvhållfastheten begränsar ekvation) nedåt och ges av

$$\tau_{\text{Rdc,min}} = \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \quad (3.35)$$

Minsta böjskjuvhållfasthet enligt ekvation (3.35) beskriver hållfastheten när armeringen har uppnått sin dimensionerande hållfasthet f_{yd} , dvs. armeringsstålet flyter och friktionsmotståndet i skjuvsprickan har sitt lägsta möjliga värde.

Dimensioneringsvillkoret är $\tau_{\text{Ed}} \leq \tau_{\text{Rdc}} \leq \tau_{\text{Rdc,min}}$, där skjuvspänningen beräknas av

$$\tau_{\text{Ed}} = \frac{V_{\text{Ed}}}{b_w \cdot d} \quad (3.36)$$

För en fritt upplagd eller dubbelsidigt fast inspänd balk med jämnt utbredd last är den dimensionerande sätts det kritiska kontrollsnittet på avstånd d från upplagskanten. Genom härledning av böjmoment och tvärkraft i snittet d från upplag och insättning i ekvation (3.34) fås följande effektiva skjuvspännvidd med avseende på det kritiska kontrollsnittet för en fritt upplagd balk med jämnt utbredd last

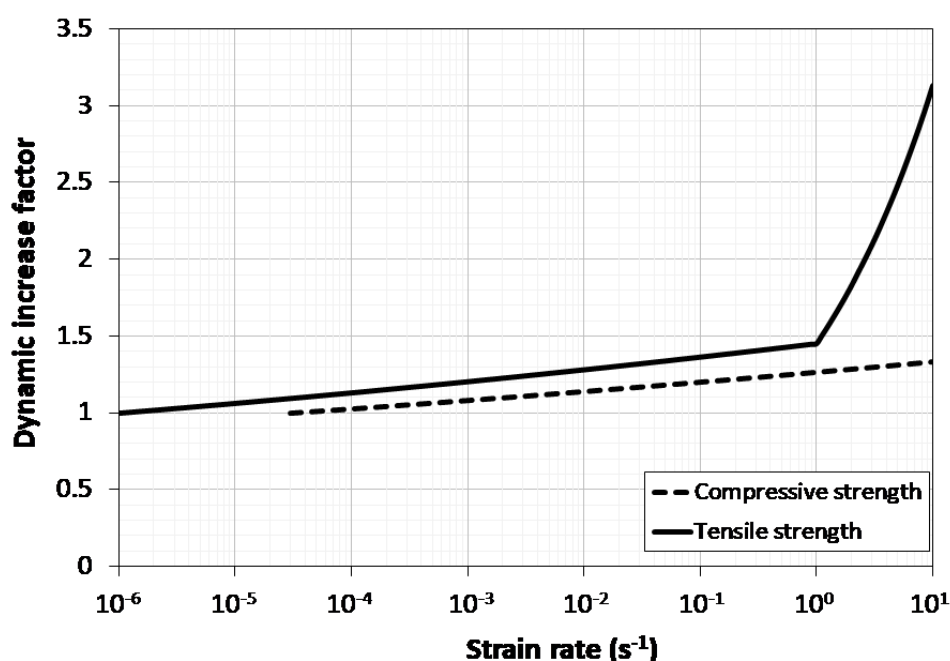
$$a_{\text{cs}}(d) = \frac{d(L-d)}{L-2d} \geq d \quad (3.37)$$

och för en dubbelsidigt fast inspänd balk

$$a_{cs}(d) = \frac{L^2 / 6 + d(L-d)}{L-2d} \geq d \quad (3.38)$$

Dynamisk böjskjuvhållfasthet

Som beskrivs ovan, är böjskjuvhållfastheten enligt CSCT proportionell mot betongens draghållfasthet. Betongens draghållfasthet ökar dock vid höga töjningshastigheter. *Figur 3.8* visar sambandet för den dynamiska förstöringsfaktorn på betongens draghållfasthet och tryckhållfasthet som funktion av töjningshastigheten för en tryckhållfasthet på 45 MPa (Magnusson, 2019). Det bör dock noteras att förstöringsfaktorn ökar vid en lägre tryckhållfasthet för samma töjningshastighet.



Figur 3.8 Beräknade förstöringsfaktorn på betonghållfasthet som funktion av töjningshastigheten. Beräkning för tryckhållfastheten 45 MPa enligt CEB-FIP (1993) och beräkning för draghållfasthet enligt Malvar och Crawford (1998). Från Magnusson (2019).

I betongkonstruktioner utsatta för explosionslaster kommer töjningshastigheten variera i snittet där en böjskjuvspricka kan uppstå beroende på lastnivå, tvärsnittshöjd och skjuvsprickans läge. Detta medför att även förstöringsfaktorn kommer variera för olika lastsituationer och geometrier. I detta arbete bedöms emellertid att en töjningshastighet på 1 till 5 s⁻¹ är rimlig i snittet där skjuvsprickan uppstår. Av diagrammet i *Figur 3.8* framgår att för töjningshastigheter på 1 till 5 s⁻¹, är förstöringsfaktorn för draghållfastheten ca 1,45 till 2,3 för en tryckhållfasthet på 45 MPa. En jämförelseberäkning med försök som redovisas i avsnitt 3.3 i denna rapport, visar att en dynamisk förstöringsfaktor k_{dyn} på 1,5 ger resultat på säkra sidan för alla jämförelseberäkningar av balkar som gick till böjskjuvbrott på grund av explosionslaster (Magnusson och Hallgren, 2000).

Den dynamiska förstoringfaktorn k_{dyn} väljs därför här till 1,5 som förslag till modifiering av ekvationerna (3.31) och (3.35). Den dynamiska böjskjuvhållfastheten föreslås då beräknas som

$$\tau_{\text{Rdc,dyn}} = \frac{k_{\text{dyn}} \cdot 0,6}{\gamma_c} \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{1/3} \geq \tau_{\text{Rdc,min,dyn}} \quad (3.39)$$

och

$$\tau_{\text{Rdc,min,dyn}} = \frac{k_{\text{dyn}} \cdot 10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \quad (3.40)$$

där a_v fås ur ekvation (3.33) med a_{cs} satt till det mindre av den dynamiska skjuvspännvidden enligt ekvation (3.13) för fritt upplagd balk respektive enligt ekvation (3.24) för fast inspänd balk, och den effektiva skjuvspännvidden i det statiska fallet enligt ekvation (3.37) respektive (3.38).

3.2.3 Dimensionering för livtryckbrott

I fall där skjuvspännvidden a är mindre eller lika med effektiva balkhöjden d , anses lasten föras ned till upplaget direkt via en trycksträva med lutningen 45° eller brantare. Enligt CEN (2018) är lutningen för en trycksträva dock begränsad till maximalt 70° då beräkning görs med fackverksmetoden.

I det följande ges förslag på en fackverksmodell för last nära stöd, dvs. då $a \leq d$, för två huvudfall:

1. Balkände som är fritt upplagd
2. Balkände som är fast inspänd (ramhörn eller inspänd i vägg eller i annan konstruktion).

Modellerna och beräkningen av kapaciteter följer anvisningarna för fackverksmetoden i CEN (2018). Skjuvspännvidden a beräknas i det dynamiska fallet enligt avsnitt 3.1.2 och 3.1.3.

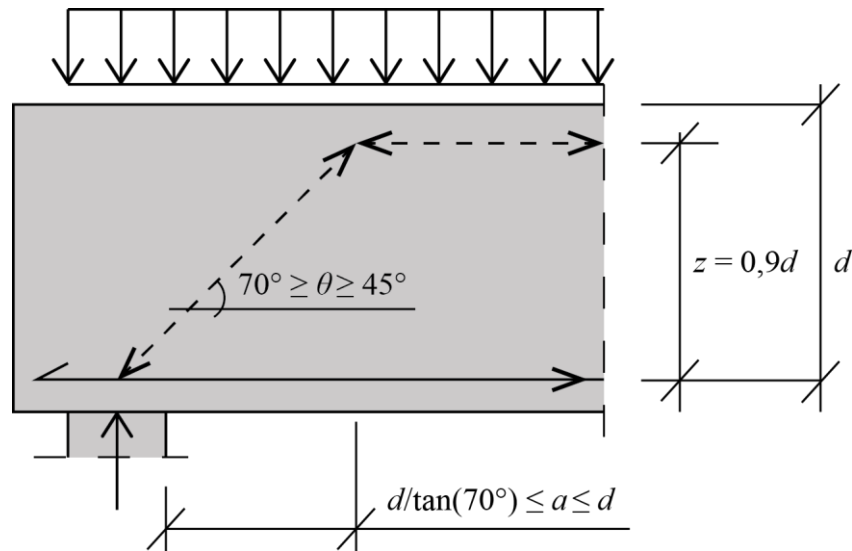
Fritt upplagd balkände

Figur 3.9 visar fackverksmodellen för en fritt upplagd balkände där trycksträvans lutning fås av

$$\theta = \arctan\left(\frac{d}{a}\right) \quad (3.41)$$

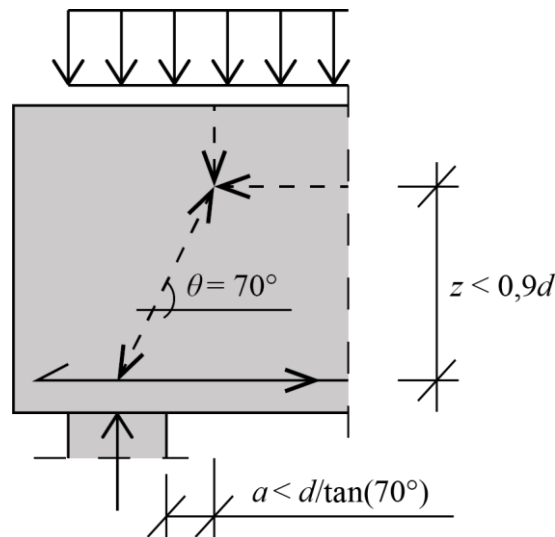
och begränsas till $45^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$. Fackverksmodellen i Figur 3.9 gäller då $d \geq a \geq d/\tan(70^\circ)$. I det fallet är den armerade balkens inre hävarm z konstant inom området och kan uppskattas till

$$z = 0,9 \cdot d \quad (3.42)$$



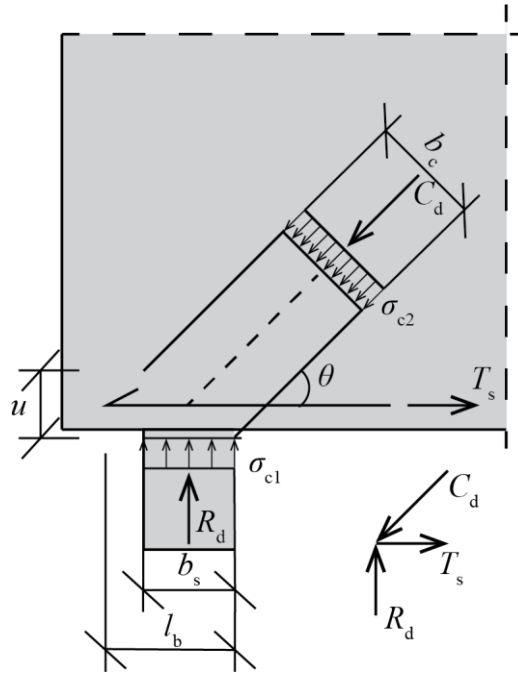
Figur 3.9 Fackverksmodell vid fritt upplagd balk för skjuvspännvidder inom begränsningen av trycksträvans lutning.

Om skjuvspännvidden a är kortare än $d/\tan(70^\circ)$ bibehåller trycksträvans lutningen $\theta = 70^\circ$, men den inre hävarmen z kommer då att minska med minskande a . Fackverksmodellen modifieras för detta enligt Figur 3.10.



Figur 3.10 Fackverksmodell vid fritt upplagd balk för skjuvspännvidder $a < d/\tan(70^\circ)$.

I båda fackverksmodellerna enligt Figur 3.9 och Figur 3.10 kan trycksträvans utbredning och upplagsnodens geometri beräknas på samma sätt, se Figur 3.11. Upplagnoden blir för båda fackverksmodellerna en s.k. CCT-nod (*Compression-Compression-Tension*). Armeringen är i modellen helt eller delvis förankrad innanför noden med totala förankringslängden l_b .



Figur 3.11 Modell för upplagsnoden med krafter som påverkar och med utbredningar av spänningsfälten (trycksträva, tryckt upplag och dragband, dvs. armering).

Kraften i trycksträvan kan med fackverksmodellerna och med nodmodellen i Figur 3.11 beräknas från

$$C_d = \frac{R_d}{\sin \theta} \quad (3.43)$$

där R_d är upplagsreaktionen beräknad enligt ekvation (3.28). Upplagsnodens vertikala höjd u antas enligt rekommendationen i Svenska Betongföreningens handbok till Eurokod 2 (Svenska Betongföreningen, 2012) och sätts då till

$$u = 2 \cdot c + \phi \quad (3.44)$$

där c är tjockleken av det täckande betongskiktet och ϕ är armeringens diameter. Trycksträvans bredd kan av geometrin i Figur 3.11 beräknas till

$$b_c = \left(b_s + \frac{u}{\tan \theta} \right) \cdot \sin \theta = b_s \cdot \sin \theta + u \cdot \cos \theta \quad (3.45)$$

De jämnt utbredda tryckspänningarna i upplaget och i trycksträvan vid noden kan nu bestämmas till

$$\sigma_{c1} = \frac{R_d}{b_s \cdot b_w} \quad (3.46)$$

respektive

$$\sigma_{c2} = \frac{C_d}{b_c \cdot b_w} \quad (3.47)$$

Betongens tryckkapacitet i upplaget och i trycksträvan ges enligt CEN (2018) av

$$\sigma_{Rd} = \nu \cdot \eta_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.48)$$

där η_{cc} är en sprödhetfaktor och ν en effektivitetsfaktor som beror av om det tryckta området är sammanhållet under omslutningstryck (*confined*) eller om det kan vara utsatt för dragspänningar vinkelrätt mot tryckriktningen (*unconfined*). Eventuellt kan en förhöjd dynamisk tryckhållfasthet användas här, men konservativt sätts DIF till 1,0. Sprödhetfaktorn sätts enligt CEN (2018) till

$$\eta_{cc} = \left(\frac{40}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1,0 \quad (3.49)$$

Effektivitetsfaktorn för det ej sammanhållna (*unconfined*) fallet beräknas enligt CEN (2018) till

$$\nu = \frac{1}{1,28 + 0,16 \cdot (\cot \theta)^2} \leq 1,0 \quad (3.50)$$

För $\theta = 45^\circ$ ger ekvation (3.50) $\nu = 0,69$ och för $\theta = 70^\circ$ blir $\nu = 0,77$. Beräkningen kan alltså förenklas genom att sätta $\nu = 0,7$ konstant inom intervallet $45^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$. Om noden kan bedömas vara sammanhållen (*confined*) eller om böjarmeringen är helt förankrad inom noden, kan effektivitetsfaktorn sättas till $\nu = 1,0$.

Dimensioneringsvillkoret för kort skjuvspännvidd ($a \leq d$) och med fritt upplagd balkände blir slutligen

$$\sigma_{Rd} \geq \max(\sigma_{c1}, \sigma_{c2}) \quad (3.51)$$

Fast inspänd balkände

Fallet med fast inspänd balkände exemplifieras här av ett ramhörn. En fackverksmodell för fallet visas i Figur 3.12. Upplaget består i modellen av två s.k. CCC-noder (*Compression-Compression-Compression*).

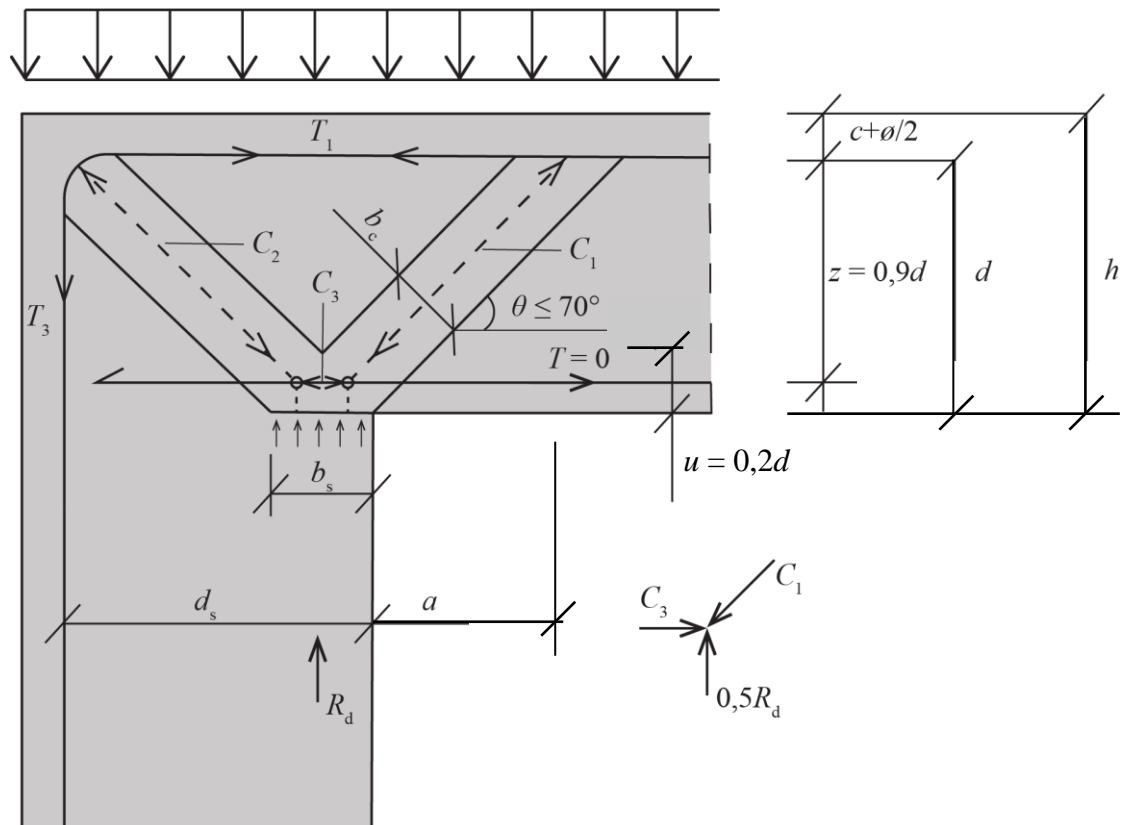
Den vertikala tryckzonens bredd b_s kan beräknas som i en pelare (eller vägg) av inspänningsmomentet och av pelarlasten, dvs. upplagsreaktionen. Bredden kan dock också approximeras med förenklingen

$$b_s = 0,4 \cdot d_s \quad (3.52)$$

där d_s är pelarens (eller väggens) effektiva tvärsnittshöjd.

Den horisontella tryckzonens höjd u kan antas ligga centriskt runt tryckarmeringen eller motsvara tryckzonen från inspänningsmomentet i balken. Höjden kan då approximeras med förenklingen

$$u = 0,2 \cdot d \quad (3.53)$$



Figur 3.12 Fackverksmodell vid fast inspänning av balk i ramhörn för skjuvspännvidder $a \leq d$.

Kraften i trycksträvorna i fackverksmodellen enligt Figur 3.12 bestäms approximativt av

$$C_1 = \frac{0,5 \cdot R_d}{\sin \theta} \quad (3.54)$$

och

$$C_2 = \frac{0,5 \cdot R_d}{\sin \theta_2} \quad (3.55)$$

där θ_2 är den inåt lutande tryckstävans lutning och som med approximationerna enligt ekvationerna (3.52) och (3.53) kan beräknas till

$$\theta_2 = \frac{0,9 \cdot d}{0,7 \cdot d_s} \quad (3.56)$$

Upplagsreaktionen R_d beräknas även i detta fall enligt ekvation (3.28).

Fördelningen av R_d till C_1 och C_2 är egentligen ojämn, men en jämn fördelning antas här som förenkling. Till följd av detta får kraften C_3 i den horisontella trycksträvan två olika värden. Förenklat används här det största värdet för dimensioneringen, dvs.

$$C_3 = \max \left(\frac{0,5 \cdot R_d}{\cos \theta}, \frac{0,5 \cdot R_d}{\cos \theta_2} \right) \quad (3.57)$$

Bredden av den utåt lutande trycksträvan 1 fås geometriskt av

$$b_{c1} = 0,5b_s \cdot \sin \theta + u \cdot \cos \theta \quad (3.58)$$

och bredden av den inåt lutande trycksträvan 2 av

$$b_{c2} = 0,5b_s \cdot \sin \theta_2 + u \cdot \cos \theta_2 \quad (3.59)$$

Tryckspänningarna i upplaget och trycksträvorna kan nu beräknas till

$$\sigma_{cs} = \frac{R_d}{b_s \cdot b_w} \quad (3.60)$$

$$\sigma_{c1} = \frac{C_1}{b_{c1} \cdot b_w} \quad (3.61)$$

$$\sigma_{c2} = \frac{C_2}{b_{c2} \cdot b_w} \quad (3.62)$$

och

$$\sigma_{c3} = \frac{C_3}{u \cdot b_w} \quad (3.63)$$

Betongens tryckkapacitet σ_{Rd} beräknas enligt ekvation (3.48). Eftersom noderna är av typen CCC och därmed sammanhållande med bi-axiella tryckspänningar, sätts effektivitetsfaktorn till $\nu = 1,0$.

Dimensioneringsvillkoret för kort skjuvspännvidd ($a \leq d$) och med fast inspänd balkände i ramhörn blir slutligen

$$\sigma_{Rd} \geq \max(\sigma_{cs}, \sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \sigma_{c3}) \quad (3.64)$$

3.3 Jämförelser med försöksresultat

3.3.1 Orientering

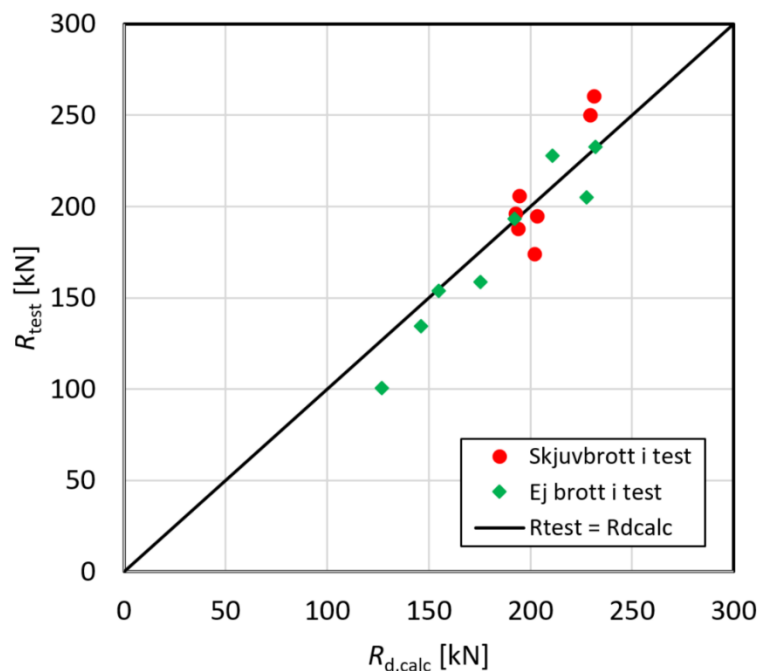
I de följande avsnitten redovisas en jämförelse av några publicerade försöksresultat med beräkningar enligt förslagen till dimensioneringsmetoder som presenteras ovan.

3.3.2 Böjskjuvbrott

Totalt 14 av försöken med slanka, armerade plattor provade och rapporterade av Magnusson och Hallgren (2000) har valts för denna jämförelse. Balkarna var gjutna med betong med kubtryckhållfastheter mellan ca 40 MPa och drygt 200 MPa. De belastades med stötvågor från explosioner på 10 m avstånd i FOI:s stötvågstub IV i Märsta under åren 1997-2000. Av de 14 balkarna gick 7 till böjskjuvbrott i de dynamiska försöken. De resterande 7 balkarna gick inte till brott men hade antydning till eller omfattande skjuvsprickor. Samtliga utvalda balkar bedöms därmed som skjuvbrottskritiska.

För en mer detaljerad beskrivning av försöken hänvisas till provningsrapporten (Magnusson och Hallgren, 2000). Beräkningsgången och beräkningarna för jämförelsen med de föreslagna dimensioneringsanvisningarna är dock här redovisade i detalj i Bilaga A. I jämförelseberäkningarna sattes partialkoefficienten för betong till $\gamma_C = 1,0$. Tryckhållfastheten f_{ck} uppskattades till 0,8 gånger den uppmätta kubtryckhållfastheten.

I försöken uppmättes även de dynamiska upplagsreaktionerna. Figur 3.13 jämför de uppmätta upplagsreaktionerna R_{test} med de beräknade upplagsreaktionerna $R_{d,calc}$ enligt ekvation (3.28). Jämförelsen mellan uppmätta och beräknade upplagsreaktioner visar på en god överensstämmelse.



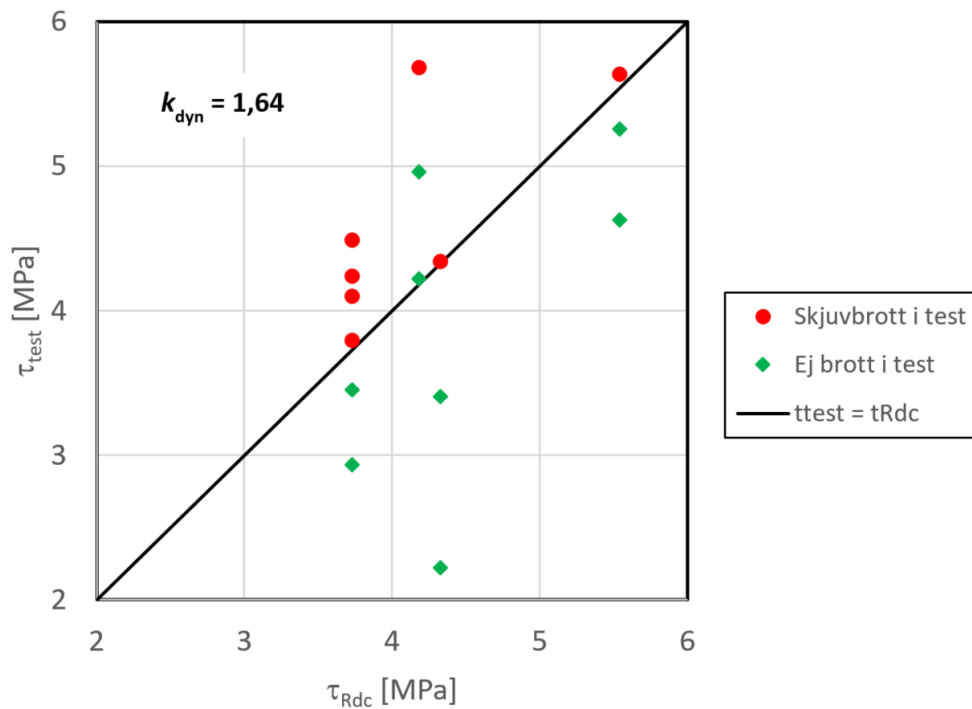
Figur 3.13 Uppmätta upplagsreaktioner R_{test} som funktion av beräknade upplagsreaktioner $R_{d,calc}$.

De uppmätta upplagsreaktionerna används i det följande för att beräkna skjuvspänningarna i försöken genom att R_d ersätts med R_{test} , dock reducerade för tvärkraften i snitt d från upplag. Skjuvspänningen betecknas τ_{test} och visas som funktion av beräknad τ_{Rdc} i Figur 3.14. I beräkningen av τ_{Rdc} , redovisad i detta diagram, har den dynamiska förstörningsfaktorn satts till 1,64 vilket verkar ge den bästa passningen.

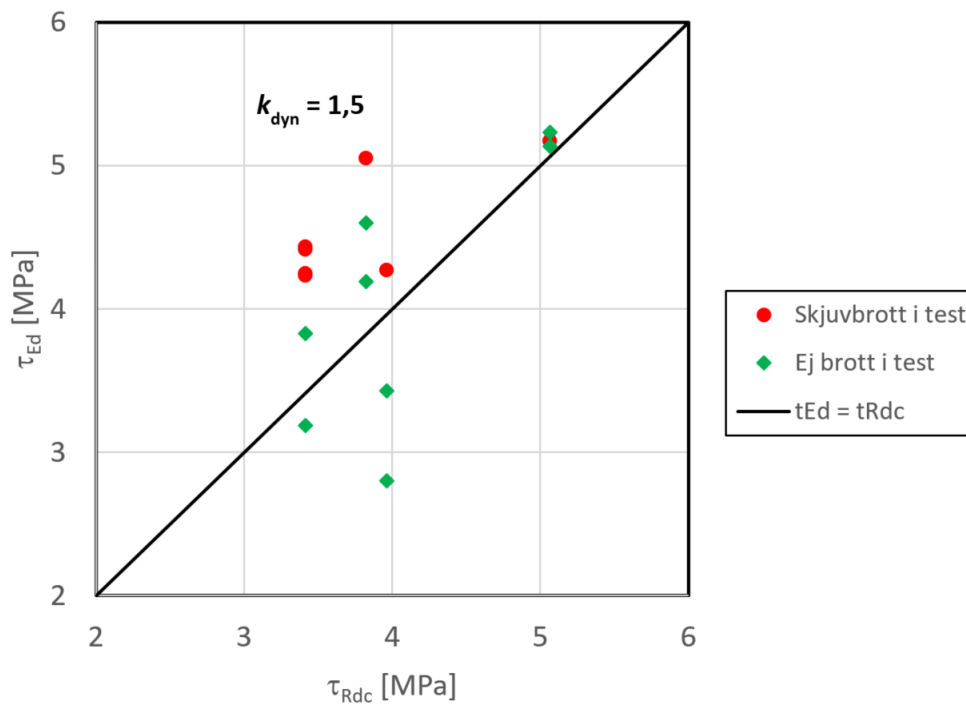
Diagrammet i Figur 3.14 visar att de beräknade böjskjuvkapaciteterna för samtliga balkar som gick till skjuvbrott i försöken är på den konservativa sidan, dvs. $\tau_{test} > \tau_{Rdc}$. Två balkar som inte gick till brott har dock underskattats av beräkningarna då även för dessa är $\tau_{test} > \tau_{Rdc}$.

Beräkningar av dimensionerande skjuvspänningarna enligt ekvation (3.36), baserade på dimensionerande upplagsreaktioner enligt ekvation (3.28), jämförs i Figur 3.15 med beräknade böjskjuvhållfastheter enligt ekvation (3.39) där den dynamiska förstörningsfaktorn är satt till 1,5. Diagrammet i Figur 3.15 visar även här att de beräknade böjskjuvkapaciteterna för samtliga balkar som gick till skjuvbrott i försöken är på den konservativa sidan i förhållande till beräknade skjuvspänningarna, dvs. $\tau_{Ed} > \tau_{Rdc}$. Några fler balkar som inte gick till brott har dock underskattats av beräkningarna i denna jämförelse då även för dessa var $\tau_{Ed} > \tau_{Rdc}$.

Jämförelserna redovisade ovan och i Bilaga A visar ändå att den föreslagna dimensioneringsmetoden mot böjskjuvbrott är rimlig och på säkra sidan.



Figur 3.14 Skjuvspänningar τ_{test} beräknade med uppmätta upplagsreaktioner R_{test} som funktion av beräknade böjskjuvhållfastheter τ_{Rdc} där den dynamiska förstärkningsfaktorn är satt till 1,64.

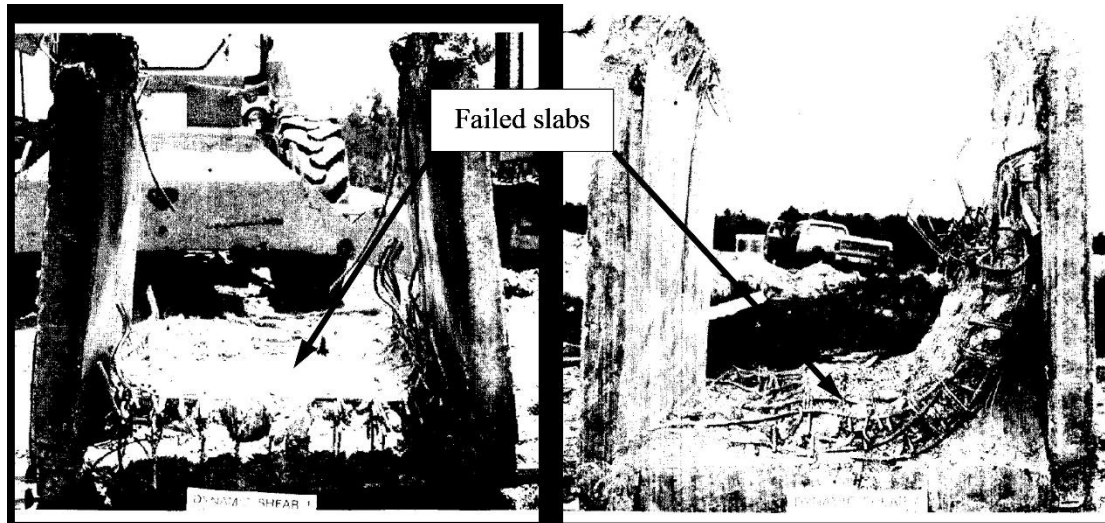


Figur 3.15 Skjuvspänningar τ_{Ed} beräknade med beräknade upplagsreaktioner R_d som funktion av beräknade böjskjuvhållfastheter τ_{Rdc} där den dynamiska förstärkningsfaktorn är satt till 1,5.

3.3.3 Livtryckbrott

I Bilaga B redovisas ett beräkningsexempel för en fast inspänd platta som provades av Slawson (1984). I försöket totalförstördes plattan då en laddning placerades strax ovanför provkroppen, se Figur 3.16. Maximalt reflektionstryck från explosionen mot plattan DS1 uppmättes till 24,5 MPa och impulstätheten var 9,43 kPas.

Försöket har simulerats med FEM av Magnusson (2019), med slutsatsen att brottet var ett skjuvbrott av typen livtryckbrott med tryckbrott genom hela plattan.



Figur 3.16 Provplattor efter försök av Slawson (1994). Från Magnusson (2019).

Beräkningen enligt ekvationerna i den föreslagna beräkningsmetoden med fackverksmodell enligt 3.2.2, för fast inspänd balkände, ger också resultatet att tryckspänningar σ_{ci} överstiger den dimensionerande tryckspänningskapaciteten σ_{cd} . Den beräknade tryckspänningen blir som mest ca 4 gånger större än tryckspänningskapaciteten, vilket antyder en totalkrossning av plattan.

4 Slutsatser

4.1 Sammanställning

4.1.1 Orientering

Ett samarbetsprojekt utfört av Chalmers, Konstruktionsteknik, och KTH, Betongbyggnad, har genomförts för att ta fram underlag om plastisk deformationsförmåga och tvärkraft till en framtida justering av Fortifikationsverkets konstruktionsregler FKR. Arbetet har genomförts i form av teoretiska studier varvid jämförelser av föreslagna beräkningsmodeller har gjorts med andra teoretiska modeller och/eller försök.

4.1.2 Plastisk deformationsförmåga

Bakomliggande teori till beräkning av plastisk deformationskapacitet ges där fokus har legat på betydelsen av aktuell momentfördelning, vilken i sin tur beror på en kombination av aktuella randvillkor och lastplacering. Diverse brister i synsätt lyfts fram och förslag på hur dessa förenklat kan beaktas beskrivs. Från detta förklaras bakgrunden till Bk 25 – det dokument som utgör grunden för anvisningarna om plastisk deformationsförmåga i FKR – varvid observerade brister i metod även påtalas.

Fallstudier utförs av enkelspända plattstrimlor för flera olika kombinationer av randvillkor, geometri och materialdata varvid jämförelse av plastisk deformationsförmåga och plastisk energiupptagningsförmåga enligt FKR (här likställt med Bk 25) samt ytterligare fyra andra regelverk görs. Jämförelser görs för en varierande armeringsmängd på $\rho = 0,1 - 1,5 \%$ varvid det kan konstateras att resultat mellan olika regelverk kan skilja sig mycket sinsemellan. Detta gäller särskilt mellan FKR och jämförda anvisningar från USA samt Storbritannien, vilka båda utgår från ett starkt förenklat synsätt. Den metod som FKR bygger på utgår från ett fysikaliskt förståeligt koncept och därför bedöms det vara en dålig idé att efterlikna den enkelhet som används i amerikanska/brittiska anvisningar.

Förslag på justeringar i FKR:s anvisningar om plastisk deformationsförmåga innehåller följande konceptuella ändringar:

- **Beaktat brottkriterium:** Beakta både avsliten armering (görs nu) och krossad betong (görs inte nu).
- **Krav på tillåten armeringsmängd:** Föreslagen metod ger möjlighet att beakta en böjarmeringsmängd som överstiger $\rho = 0,50\%$. Vidare föreslås att krav på armeringsmängd istället ersätts med krav på mekanisk armeringskvot ω_s , i vilken hållfasthet hos armering och betong också beaktas.
- **Tillåten armeringstöjning:** För att beakta ogynnsam inverkan av dragen betong mellan sprickor föreslås att introducera en faktor β , vilken förenklat beaktar effekten av detta.
- **Längd hos ekvivalent plastisk led:** Förbättrat beaktande av hur momentkvoten η_M , variationen av plastisk krökning samt potentiellt gynnsam inverkan av sneda skjuvsprickor inverkar på denna längd.
- **Plastisk krökning:** Justering så att ogynnsam inverkan av elastisk krökning approximativt beaktas.

Sammantaget medför föreslagna justeringar att den plastiska deformationskapaciteten minskar jämfört med vad som fås i nuvarande version av FKR – jämförelser görs via fallstudier med enkelspända plattstrimlor för olika typer av armering.

4.1.3 Tvärkraft

Vid impulsbelastning av en betongstruktur utgör den belastade strukturens dynamiska skjuvspännvidd en viktig parameter. Härledningar ges för bestämning av skjuvspännvidd med och utan hänsyn till masströghet. I dagens FKR utgås från en skjuvspännvidd som baseras på ett fall utan hänsyn till masströghet, vilket medför att denna underskattas.

Kapacitetskontroll föreslås utföras olika beroende på storleken av skjuvspännvidden a i förhållande till strukturens effektiva höjd d :

- **Böjskjuvbrott, $a > d$:** En ny beräkningsmodell, baserad på utkast för statisk belastning i den kommande Eurokod 2, föreslås för kontroll av tvärkraftskapacitet. Den föreslagna beräkningsmodellen ger möjlighet att beakta inverkan av skjuvspännets längd, vilket gör att den även bedöms vara lämplig att använda för en impulsbelastad struktur.
- **Livskjuvbrott, $a \leq d$:** För fall där den dynamiska skjuvspännvidden är tillräckligt kort föreslås användandet av fackverksmodeller, varvid kontroll av tryckt sträva vid stöd görs.

Jämförelse med försök visar att gynnsam inverkan på betonghållfastheten, orsakade av höga töjningshastighetseffekter, behöver beaktas i föreslagen beräkningsmodell för böjskjuvbrott. En förstoringfaktor $k_{dyn} = 1,5$ har i utförda jämförelser visat sig fungera väl. Även vid kontroll för livtryckbrott är det rimligt att en gynnsam inverkan av höga töjningshastigheter beaktas – något förslag på en sådan förstoringfaktor har dock inte tagits fram här.

4.2 Förslag på fortsatt arbete

Följande delar har identifierats som särskilt angeläget för plastisk deformationsförmåga:

- **Jämförelse med försök:** En jämförelse av föreslagen beräkningsmodell med både statiska och dynamiska försök vore värdefullt för att undersöka modellens tillförlitlighet.
- **Alternativ modell i utkast till kommande Eurokod 2:** I det utkast som finns för den kommande Eurokod 2 finns ett förslag på ny beräkningsmodell för plastisk deformationsförmåga. Utkastets förslag utgår från ett liknande koncept som används i den modell som föreslås i denna rapport, dock utan att täcka in samtliga de fall som beskrivs i FKR. Det är önskvärt att så långt som möjligt likrikta anvisningarna i en framtida FKR med Eurokod 2 och därför vore det nyttigt att undersöka möjligheten att anpassa förslag till kommande Eurokod till FKR.

- **Resthållfasthet efter maximal last:** Den beräkningsmodell som föreslås här söker prediktera den plastiska deformationskapaciteten när maximal lastkapacitet uppnås. Detta behöver dock inte medföra att strukturens kapacitet är uttömd – istället kan det fortfarande finnas en betydande resthållfasthet (särskilt om brottkriterium utgörs av krossad betong) som inte beaktas. Det vore värdefullt att noggrannare undersöka möjligheten att utöka föreslagen beräkningsmodell så att denna gynnsamma effekt kan beaktas.
- **Tvårkraftsarmering:** Närvaron av slutna byglar medför en ökad kapacitet hos den tryckta zonen i ett tvärsnitt, något som kan ha betydande effekt om krossning av betongen är kritisk för den plastiska deformationsförmågan.
- **Normalkraft:** Normalkraften (främst tryck) påverkar dels momentkvoten, dels vid vilken situation som avsliten armering/krossad betong inträffar – vid tillräckligt höga tryckpåkänningar (i t.ex. hårt belastade pelare) kan det till och med vara möjligt att plastisk deformationsförmåga inte kan utnyttjas. Normalkraften kan därför ha en betydande effekt på en strukturs plastiska deformationsförmåga.
- **Dynamisk belastning:** I litteraturen har det kunnat konstaterats att dynamisk belastning kan inverka på den resulterande plastiska deformationsförmågan. Detta bedöms bero på en kombination av töjningshastighetseffekter, masströghetskrafter samt förändrad respons vad gäller t.ex. sprickbildning i den belastade strukturen. Det finns flera indikationer på att den plastiska deformationsförmågan ökar vid häftig dynamisk belastning men i rådande beräkningsmodeller är detta en potentiellt positiv effekt som inte beaktas.

Följande delar har identifierats som särskilt angeläget för tvärkraft:

- **Tryckets varaktighet:** Nuvarande och föreslaget koncept för tvärkraftskontroll utgår från den maximala påkänning som uppstår i skjvspricka/trycksträva vid dynamisk belastning. Det är dock rimligt att även tryckets varaktighet – dvs. inverkan av impulstäthet – har betydelse för strukturens kapacitet med hänsyn till tvärkraft.
- **Tvårkraftsarmering och normalkraft:** Studera hur närvaron av tvårkraftsarmering och/eller normalkraft (främst tryck) påverkar strukturens kapacitet både med hänsyn till böj- och livskjuvbrott.
- **Töjningshastighetseffekter:** Fördjupade studier om hur töjningshastighetseffekten påverkar strukturens tvårkraftskapacitet samt verifiera att i denna rapport gjorda antaganden om aktuell töjningshastighet vid tvårkraftsbrott är rimliga.

Ovanstående punkter studeras lämpligen både teoretiskt samt med en kombination av försök och olinjära analyser.

5 Referenser

- Andersson M., Pettersson E. (2019): Reinforced Concrete Beams Subjected to Drop Weight Impact: Experimental study of the influence of reinforcement properties on the structural response. Konstruktionsteknik, Chalmers tekniska högskola, Examensarbete ACX30-19-27, Göteborg.
- Ansell A., Svedbjörk G. (2000): Statisk provning av fritt upplagda plattstrimlor av betong med armering av varierande seghet. Avdelningen för Betongbyggnad, Kungliga Tekniska Högskolan, Teknisk rapport 2000:16, Stockholm.
- Ansell A., Svedbjörk G. (2003): Statisk och dynamisk provning av fritt upplagda plattstrimlor med varierande betongkvalitet och armeringskonfiguration. Avdelningen för Betongbyggnad, Kungliga Tekniska Högskolan, Teknisk rapport 2003:8, Stockholm.
- Ansell A., Svedbjörk G. (2005): Statisk provning av fritt upplagda plattstrimlor med varierande tvärsnittsareor. Avdelningen för Betongbyggnad, Kungliga Tekniska Högskolan, Teknisk rapport 2005:6, Stockholm.
- Bachman H. (1970): Zur Plastizitätstheoretischen Berechnung statisch unbistimmter Stahlbetonbalken (Plastizitätstheoretisk beräkning av statiskt obestämda balkar av armerad betong. På tyska.) Doktorsavhandling, ETH, Zürich, Schweiz.
- Bigaj A., Walraven J. (2002): Size effects in plastic hinges of reinforced concrete members. HERON, Vol. 47, No. 41.
- Boverket (1994): Boverkets handbok för Betongkonstruktioner BBK 94, Band 1. Boverket, Karlskrona.
- Carpinteri A., Corrado M., Mancini G., Paggi M. (2009): Size-Scale Effects on Plastic Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams. ACI Structural Journal, V.106, No. 6.
- CEB (1993): CEB-FIP Model Code 1990, Design Code. Thomas Telford, Lausanne, Schweiz.
- CEB (1998): Ductility of Reinforced Concrete Structures. CEB Bulletin d'information No 242, Lausanne, Schweiz.
- CEN (2018): Eurocode 2, Design of concrete structures (Draft), CEN, prEN 1992-1-1:2018.
- Cormie D., Mays G., Smith P. (2009): Blast Effects on Buildings, Second edition. Thomas Telford Ltd, London, Storbritannien.
- Dilger W. (1966): Veränderlichkeit der Beige- und Schubtragfähigkeit bei Stahlbetongtragwerken und ihr Einfluss auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbistimmter Lagerung (Variation av bidrags- och skjubbärande kapacitet i armerade betongkonstruktioner samt dess inverkan på fördelning av inre krafter och bärförmåga vid statiskt obestämt stöd. På tyska.) DAfStb Heft 179, Berlin, Tyskland.
- DOD (2008): Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions. UFC 3-340-02, Department of Defense, USA.

- Eriksson E., Gustafsson V. (2021): FRP Strengthened Reinforced Concrete Beams Subjected to Drop Weight Impact and Static Loading. Konstruktionsteknik, Chalmers tekniska högskola, Examensarbete ACEX30, Göteborg.
- fib (2013). Model Code for Concrete Structures 2010. Lausanne: International Federation for Structural Concrete (fib).
- FOI (2017): Experiments of Axially Loaded Walls for Urban Damage Assessment. FOI (Roger Berglund, Håkan Hansson), Rapport FOI-R--4494—SE.
- FOI (2019): Analyses and Simulations of Axially Loaded RC Walls Subjected to Airblast Load. FOI (Gengsheng Wang), Rapport FOI-R--4886—SE.
- Fortifikationsförvaltningen (1973a): Provisoriska anvisningar för dimensionering av armerade betongkonstruktioner som skydd mot verkan av konventionella vapen inom närmissområde. Fortifikationsförvaltningen, Befästningsavdelningen, Publ nr 25:1 Bk/1973, Stockholm.
- Fortifikationsförvaltningen (1973b): Provisoriska anvisningar för dimensionering av armerade betongkonstruktioner som skydd mot verkan av konventionella vapen inom närmissområde - Kommentarer. Fortifikationsförvaltningen, Befästningsavdelningen, Publ nr 25:2 Bk/ 1973, Stockholm.
- Fortifikationsverket (2011): Fortifikationsverkets Konstruktionsregler, FKR 2011. Fortifikationsverket, Dnr 4535/2011, Eskilstuna.
- Hallgren M, Balazs P. (1999): Armerade balkar av höghållfast betong belastade med luftstöt våg. FOA provningsrapport, Tumba.
- Johansson M. (1997): Armeringsseghetens inverkan på deformationsförmågan hos betongkonstruktioner. Avdelningen för Betongbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Rapport 97:1, Göteborg.
- Johansson M. (2015a): Beräkningsstöd – Moment och tvärkraft. Myndigheten för samhällsskydd och beredskap, B06-103, 2015-08-06, Karlstad.
- Johansson M. (2015b): Beräkningsexempel för strukturrepons – Enkelspänd betongvägg. Myndigheten för samhällsskydd och beredskap, B05-101, 2015-08-06, Karlstad.
- Johansson M., Laine L. (2012): Bebyggelsens motståndsförmåga mot extrem dynamisk belastning, Del 3: Kapacitet hos byggnader. Myndigheten för samhällsskydd och beredskap, Publ.nr MSB 0142-10, Karlstad.
- Johansson M., Rempling R. (2016): Design of impulse loaded concrete structures: a comparison of FKR 2011 with various design regulations. Konstruktionsteknik, Chalmers tekniska högskola, Rapport 2016-16, Göteborg.
- Jönsson J, Stenseke A. (2018): Concrete Beams Subjected to Repeated Drop-Weight Impact and Static Load: Assessment of structural response in experimental testing and predicted response with numerical analyses. Konstruktionsteknik, Chalmers tekniska högskola, Examensarbete ACX30-18-34, Göteborg.
- Köseoglu E (2020): Average reinforcement strain in reinforced concrete structures loaded until failure. Konstruktionsteknik, Chalmers tekniska högskola, Examensarbete ACEX20, Göteborg.

- Leppänen J., Johansson M. Grassl P. (2020): On the dynamic response of reinforced concrete beams subjected to drop weight impact. *Finite Elements in Analysis and Design*, Volume 180, Elsevier Ltd.
- Lozano, F., Makdesi J. (2017): Concrete beams subjected to drop-weight impact and static load: Structural behavior and plastic rotational capacity from experiments and finite element analysis. *Konstruktionsteknik*, Chalmers tekniska högskola, BOMX02-17-21, Göteborg.
- Magnusson J. (2019): Shear in Concrete Structural Elements Subjected to Dynamic Loads, Doktorsavhandling, TRITA-ABE-DLT. KTH, Stockholm.
- Magnusson J., Hallgren M. (2000): High Performance Concrete Beams Subjected to Shock Waves from Air Blast, Swedish Defence Research Establishment (FOA), Report R--00-01586-311--SE, Tumba.
- Magnusson J, Hallgren M. (2003): High performance concrete beams subjected to shock waves from air blast, part 2. FOI, Tumba.
- Magnusson J, Hallgren M, Ansell A. (2014): Shear in concrete structures subjected to dynamic loads. *Structural Concrete*, 15(1):55–65.
- Malvar L.J., Crawford J.E. (1998): Dynamic increase factors for concrete. 28th Department of Defence Explosives Safety Seminar (DDESB), Orlando, Florida.
- Muttoni A. (1989): The Applicability of the Theory of Plasticity in the Design of Reinforced Concrete, Report No. 176, Zürich, Schweiz.
- Muttoni A., Ruiz M.F., Cavagnis F., Simões J.T. (2018): Background document (for prEN 1992-1-1:2018) to subsections 8.2.1 and 8.2.2, Shear in members without shear reinforcement. EPFL, Lausanne, Schweiz.
- Nigani Y.Z., Nordström G. (2020): FRP Strengthened RC Beams Subjected to Drop Weight Impact and Static load: Experimental Study for Structural Response. *Konstruktionsteknik*, Chalmers tekniska högskola, Examensarbete ACEX30, Göteborg.
- Nozad A., Steiner M. (2021): Average reinforcement strain in reinforced concrete structures loaded until failure. *Konstruktionsteknik*, Chalmers tekniska högskola, Examensarbete ACEX30, Göteborg.
- Plem E. (1973): Flytleders rotationskapacitet. *Nordisk betong* 1-1973.
- Plem E. (1981): The Rotational Capacity of Plastic Hinges in Reinforced Concrete Beams: A Theoretical Study. Lund Institute of Technology, Department of Structural Mechanics, Vol. R81-1, Lund.
- SIS (2008): Eurokod 2: Dimensionering av betongkonstruktioner – Del 1-1: Allmänna regler och regler för byggande. SIS Swedish Standards Institute, SS-EN 1992-1-1, Stockholm.
- SIS (2021): Betong - Fordringar, egenskaper, tillverkning och överensstämmelse. SIS Swedish Standards Institute, SS-EN 206:2013+A2:2021, Stockholm.
- Slawson T.R. (1984): Dynamic Shear Failure of Shallow-Buried Flat-Roofed Reinforced Concrete Structures Subjected to Blast Loading. U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Technical Report SL-84-7, Vicksburg

- Svedbjörk G. (2014): Ändring av Fortskydd kap 3.2.1.1 – Underlag till förslag om tillåten plastisk nedböjning i armerade betongplattor. Grontmij, 2014-11-28, Eskilstuna.
- Svensk Byggtjänst (1990): Betonghandboken Konstruktion, utgåva 2. Redigerad av Cederwall K., Lorentsen M. och Östlund L., Svensk Byggtjänst, Stockholm.
- Svenska Betongföreningen (2012): Svenska Betongföreningens handbok till Eurokod 2. Svenska Betongföreningen, Betongrapport nr 15.
- Zilch K., Zehetmaier G. (2010): Bemessung im Konstruktiven Ingenieurbau, 2. Auflage (Konstruktion i byggnadsteknik, 2:a upplagan. På tyska), Springer.

Bilaga A Jämförelser för böjskjuvbrott

A.1 Beräkningsgång

Beräkningsexempel och jämförelse med försök

Balk B40-D4 enl (Magnusson & Hallgren, 2000), gick till böjskjuvbrott

$$L_w := 1.5\text{m} \quad b_w := 300\text{mm} \quad h := 160\text{mm} \quad c := 25\text{mm} \quad \phi := 16\text{mm}$$

$$d := h - c - 0.5\phi = 127\text{mm} \quad A_s := 5 \cdot \pi \cdot (0.5\phi)^2 = 1005\text{mm}^2 \quad \rho_1 := \frac{A_s}{b_w \cdot d} = 0.026$$

$$f_c := 0.853 \cdot 53 \cdot \text{MPa} = 43 \cdot \text{MPa} \quad D_{\text{lower}} := 16\text{mm} \quad f_y := 604 \cdot \text{MPa}$$

$$M_c := 0.9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_y = 69.4 \cdot \text{kN}\cdot\text{m} \quad q := \frac{8 \cdot M_c}{b_w \cdot L^2} = 822.6 \cdot \text{kPa}$$

$$\text{Laddning } 2.5 \text{ kg} \quad p := 1249 \cdot \text{kPa} \quad i := 6.38 \cdot \text{kPa}\cdot\text{s} \quad \frac{p}{q} = 1.518$$

FKR 2011

$$a := \min\left[\left(0.025 + 0.25 \sqrt{\frac{q}{p}}\right), 0.25\right] = 0.228 \quad a \cdot L = 0.342\text{m} \quad 0.25L = 0.375\text{m}$$

$$\text{för } p/q < 2 \quad \chi_p := 0.64 \quad \chi_m := 0.50 \quad k_1 := \frac{\chi_p^2}{\chi_m} = 0.819$$

$$R_d := \left[p \cdot (1 - k_1) + q \cdot k_1\right] \cdot \frac{L}{2} \cdot b_w = 202.4 \cdot \text{kN}$$

prEN 1992-1-1:2018 med tillägg dyn faktor

$$\text{Dimensionerande tvärkraft i snitt } d \text{ från upplag} \quad V_{Ed} := \frac{0.5L - d}{0.5L} \cdot R_d = 168.1 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_{Ed} := \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot d} = 4.41 \cdot \text{MPa} \quad a_{cs} := \min\left[a \cdot L, \frac{d \cdot (L - d)}{L - 2d}\right] = 0.14\text{m} > d \text{ Ok!}$$

$$d_{dg} := \min(16\text{mm} + D_{\text{lower}}, 40\text{mm}) = 32\text{mm} \quad a_v := \min\left(\sqrt{\frac{a_{cs}}{4}} \cdot d, d\right) = 66.7\text{mm}$$

$$\text{Dynamisk hållfasthetsfaktor} \quad k_{\text{dyn}} := 1.5$$

$$\gamma_C := 1.0 \quad \tau_{Rdcmin} := \frac{k_{\text{dyn}} \cdot 10}{\gamma_C} \sqrt{\frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \cdot \text{MPa} = 2.01 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{Rdc} := \frac{k_{\text{dyn}} \cdot 0.6}{\gamma_C} \left(100 \rho_1 \cdot \frac{f_c}{\text{MPa}} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \text{MPa} = 3.41 \cdot \text{MPa} < \tau_{Ed} \Rightarrow \text{Böjskjuvbrott!}$$

A.2 Tabeller

Tabell A1 Indata.

INPUT	Brott?	L	b _w	h	c	ø	n	f _c	f _y	D _{lower}	Q	p	i	R _{test}
Balk		m	mm	mm	mm	mm	-	MPa	MPa	mm	kg	kPa	kPas	kN
B40-D1a	ej brott	1,5	300	160	25	16	5	43,04	604	16	1,1	650	3,76	134,5
B40-D3	ej brott	1,5	300	160	25	16	5	43,04	604	16	1,5	780	4,70	158,5
B100-D1(16)	ej brott	1,5	300	160	25	16	5	80,8	604	8	1,5	998	5,33	193,5
B100-D2(16)	ej brott	1,5	300	160	25	16	5	80,8	604	8	2,5	1459	6,44	227,5
B150-D1	ej brott	1,5	290	160	25	12	6	132,8	580	8	1,0	680	4,54	100,5
B150-D2	ej brott	1,5	290	160	25	12	6	132,8	580	8	2,0	1186	6,83	154
B200-D2	ej brott	1,5	290	160	25	16	5	181,6	555	8	3,0	1876	9,27	205
B200-D3	ej brott	1,5	290	160	25	16	5	181,6	555	8	3,5	1957	10,21	233
B40-D1b	Skjuv	1,5	300	160	25	16	5	43,04	604	16	2,2	1044	5,40	188
B40-D2	Skjuv	1,5	300	160	25	16	5	43,04	604	16	2,2	1060	5,57	206
B40-D4	Skjuv	1,5	300	160	25	16	5	43,04	604	16	2,5	1249	6,38	174
B40-D5	Skjuv	1,5	300	160	25	16	5	43,04	604	16	2,5	1272	6,67	194,5
B100-D2(16)	Skjuv	1,5	300	160	25	16	5	80,8	604	8	3,5	1675	6,74	260,5
B150-D3	Skjuv	1,5	290	160	25	12	6	132,8	580	8	3,0	1907	9,50	196
B200-D1	Skjuv	1,5	290	160	25	16	5	181,6	555	8	4,0	1906	11,54	250

Tabell A2 Beräkningsresultat

CALC	Balk	d mm	A _s mm ²	ρ _I	M _c kNm	q kPa	p/q	a	a _{cs} m	0,25L m	κ _p	κ _m	R _d kN	V _{Ed} kN	τ _{ED} MPa	d _{dg} mm	a _v mm	K _{dyn}	τ _{Rdcmin} MPa	τ _{Rdc} MPa	Brott?	R _{test} /R _d	τ _{test} MPa	τ _{test} /τ _{calc}
	B40-D1a	127	1005	0,0264	69,4	822,6	0,79	0,250	0,140	0,375	0,64	0,5	146,3	121,5	3,189	32	66,7	1,5	2,01	3,413	ej brott	0,92	2,93	0,86
	B40-D3	127	1005	0,0264	69,4	822,6	0,95	0,250	0,140	0,375	0,64	0,5	175,5	145,8	3,826	32	66,7	1,5	2,01	3,413	Skjuv	0,90	3,46	1,01
	B100-D1(16)	127	1005	0,0264	69,4	822,6	1,21	0,250	0,140	0,375	0,64	0,5	192,2	159,7	4,191	24	66,7	1,5	2,38	3,825	Skjuv	1,01	4,22	1,10
	B100-D2(16)	127	1005	0,0264	69,4	822,6	1,77	0,213	0,140	0,375	0,64	0,5	211	175,2	4,6	24	66,7	1,5	2,38	3,825	Skjuv	1,08	4,96	1,30
	B150-D1	129	679	0,0181	45,7	560,2	1,21	0,250	0,142	0,375	0,64	0,5	126,6	104,8	2,801	24	67,8	1,5	3,10	3,962	ej brott	0,79	2,22	0,56
	B150-D2	129	679	0,0181	45,7	560,2	2,12	0,197	0,142	0,375	0,5	0,33	154,8	128,2	3,427	24	67,8	1,5	3,10	3,962	ej brott	0,99	3,41	0,86
	B200-D2	127	1005	0,0273	63,8	781,9	2,40	0,186	0,140	0,375	0,5	0,33	227,8	189,2	5,137	24	66,7	1,5	3,73	5,067	Skjuv	0,90	4,62	0,91
	B200-D3	127	1005	0,0273	63,8	781,9	2,50	0,183	0,140	0,375	0,5	0,33	232	192,7	5,233	24	66,7	1,5	3,73	5,067	Skjuv	1,00	5,26	1,04
	B40-D1b	127	1005	0,0264	69,4	822,6	1,27	0,247	0,140	0,375	0,64	0,5	194,1	161,2	4,231	32	66,7	1,5	2,01	3,413	Skjuv	0,97	4,10	1,20
	B40-D2	127	1005	0,0264	69,4	822,6	1,29	0,245	0,140	0,375	0,64	0,5	194,7	161,8	4,246	32	66,7	1,5	2,01	3,413	Skjuv	1,06	4,49	1,32
	B40-D4	127	1005	0,0264	69,4	822,6	1,52	0,228	0,140	0,375	0,64	0,5	202,4	168,1	4,413	32	66,7	1,5	2,01	3,413	Skjuv	0,86	3,79	1,11
	B40-D5	127	1005	0,0264	69,4	822,6	1,55	0,226	0,140	0,375	0,64	0,5	203,4	168,9	4,434	32	66,7	1,5	2,01	3,413	Skjuv	0,96	4,24	1,24
	B100-D2(16)	127	1005	0,0264	69,4	822,6	2,04	0,200	0,140	0,375	0,5	0,33	231,6	192,4	5,049	24	66,7	1,5	2,38	3,825	Skjuv	1,12	5,68	1,48
	B150-D3	129	679	0,0181	45,7	560,2	3,40	0,161	0,142	0,375	0,5	0,33	192,9	159,7	4,269	24	67,8	1,5	3,10	3,962	Skjuv	1,02	4,34	1,09
	B200-D1	127	1005	0,0273	63,8	781,9	2,44	0,185	0,140	0,375	0,5	0,33	229,3	190,5	5,172	24	66,7	1,5	3,73	5,067	Skjuv	1,09	5,64	1,11

Bilaga B Jämförelseberäkningar livtryckbrott

Beräkningsexempel och jämförelse med försök

Fast inspänd platta DS1 Enl (Slawson 1984)
Totalförstördes i försök. Enl FEA (Magnusson 2019) gick balken till skjuvbrott med brott i trycksträva.

$$L := 1.2\text{m} \quad b_w := 1000\text{mm} \quad h := 140\text{mm} \quad t_{\text{vägg}} := 144\text{mm}$$

$$c_{\text{ök}} := 26\text{mm} \quad c_{\text{uk}} := 22\text{mm} \quad \phi := 12.7\text{mm} \quad s_w := 108\text{mm} \quad n := \frac{1\text{m}}{s} = 9.259$$

$$f_c := 38.8\text{MPa} \quad f_y := 434\text{MPa} \quad \text{statisk} \quad f_{\text{y dyn}} := 628\text{MPa}$$

$$\text{Laddning} \quad p := 24.5\text{kPa} \quad i := 9.43\text{kPa}\cdot\text{s}$$

$$A_s := n \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 1173\text{mm}^2 \quad d_{\text{ök}} := h - c_{\text{ök}} - 0.5\phi = 0.108\text{m} \quad d_{\text{uk}} := h - c_{\text{uk}} - 0.5\phi = 0.112\text{m}$$

$$M_{\text{cstöd}} := 0.9 \cdot d_{\text{ök}} \cdot A_s \cdot f_y = 49.32\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{\text{cfält}} := 0.9 \cdot d_{\text{uk}} \cdot A_s \cdot f_y = 51.152\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$q := \frac{8 \cdot (M_{\text{cstöd}} + M_{\text{cfält}})}{L^2 \cdot 1\text{m}} = 540.026\text{kPa} \quad \frac{p}{q} = 45.368$$

FKR 2011

$$a := \min\left[\left(0.01 + 0.35 \sqrt{\frac{q}{p}}\right), 0.25\right] = 0.062 \quad a \cdot L = 0.076\text{m} \quad 0.25L = 0.305\text{m}$$

$$\text{för } p/q > 2 \quad \chi_p := 0.50 \quad \chi_m := 0.33 \quad k_1 := \frac{\chi_p^2}{\chi_m} = 0.758$$

$$R_d := [p \cdot (1 - k_1) + q \cdot k_1] \cdot \frac{L}{2} \cdot b_w = 3873\text{kN}$$

Beräkning med fackverksmodell enligt förslag i avsnitt 3.2.2 Fast inspänd balkände

$$\theta := \text{atan}\left(\frac{d_{\text{ök}}}{a \cdot L}\right) = 54.922\text{deg} \quad 45 < \theta < 70\text{deg} \quad \text{Ok, fackverkmodellen är giltig.}$$

$$d_s := t_{\text{vägg}} - c_{\text{ök}} - 0.5\phi = 0.112\text{m} \quad b_s := 0.4 d_s = 0.045\text{m} \quad u := 0.2 d_{\text{ök}} = 0.022\text{m}$$

$$\theta_2 := \text{atan}\left(\frac{0.9 d_{\text{ök}}}{0.7 d_s}\right) = 51.108\text{deg}$$

$$\eta_{cc} := \min\left[\left(\frac{40\text{MPa}}{f_c}\right)^{0.33}, 1\right] = 1 \quad \nu := 1.0 \quad \sigma_{Rd} := \nu \cdot \eta_{cc} \cdot f_c = 38.8 \cdot \text{MPa}$$

$$b_{c1} := 0.5b_s \cdot \sin(\theta) + u \cdot \sin(\theta) = 0.036 \text{ m}$$

$$b_{c2} := 0.5b_s \cdot \sin(\theta_2) + u \cdot \sin(\theta_2) = 0.034 \text{ m}$$

$$R_d = 3873 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{cs} := \frac{R_d}{b_s \cdot b_w} = 86.71 \cdot \text{MPa} > \sigma_{od} \text{ tryckbrott!}$$

$$C_1 := \frac{0.5R_d}{\sin(\theta)} = 2366 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{c1} := \frac{C_1}{b_{c1} \cdot b_w} = 65.92 \cdot \text{MPa} > \sigma_{od} \text{ tryckbrott!}$$

$$C_2 := \frac{0.5R_d}{\sin(\theta_2)} = 2488 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{c2} := \frac{C_2}{b_{c2} \cdot b_w} = 72.87 \cdot \text{MPa} > \sigma_{od} \text{ tryckbrott!}$$

$$C_3 := \max\left(\frac{0.5R_d}{\cos(\theta)}, \frac{0.5R_d}{\cos(\theta_2)}\right) = 3369 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{c3} := \frac{C_3}{u \cdot b_w} = 156.494 \cdot \text{MPa} \gg \sigma_{od} \text{ tryckbrott!}$$



CHALMERS